ตัวอย่าง

มูลนิธิการศึกษาทางไกลผ่านดาวเทียม

แบรนด์ ซัมเมอร์แคมป์ 2013

จัดโดย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์

ร่วมกับ มูลนิธิการศึกษาทางไกลผ่านดาวเทียม

มูลนิธิเพื่อพัฒนาการศึกษาไทย

สนับสนุนโดย แบรนด์ซุปไก่สกัด

ด้วยความร่วมมือจาก

- บริษัท เซเรบอส (ประเทศไทย) จำกัด
- เครือเบทาโกร
- บริษัท ไทยยามาฮ่ามอเตอร์ จำกัด
- เฟเบอร์-คาสเทลล์

BRANDS รุ่น 24 Summer Camp 2013

เอกสารประกอบคำบรรยาย

วิชา คณิตศาสตร์

ส่วนที่ 1 (O NET) ..... โดย อ.ไพโรจน์ โอ่งตั๋ว..... หน้า 2–52

ส่วนที่ 2 (PAT 1) ..... โดย อ.ภาคภูมิ อร่ามวารีกุล (พี่แท๊ป)..... หน้า 53–109

ส่วนที่ 3 (PAT 1) ..... โดย อ.ศุภฤกษ์ สกุลชัยพรเลิศ (ครู sup'k) ..... หน้า 110–208

ประสานงานอาจารย์และจัดพิมพ์โดย ชมรมบัณฑิตแนะแนว

แจกฟรี ห้ามจำหน่าย

แบรนด์ ซัมเมอร์แคมป์ 2013

เอกสารประกอบคำบรรยาย

วิชา O NET คณิตศาสตร์

โดย อ.ไพโรจน์ โอ่งตั่ว
โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ฝ่ายมัธยม

เซต

เซตที่ควรรู้จัก

1. **เซตจำกัด** (Finite Set) หมายถึง เซตที่มีจำนวนสมาชิกจำกัด
2. **เซตอนันต์** (Infinite Set) หมายถึง เซตที่มีจำนวนสมาชิกไม่จำกัด เป็นเซตซึ่งไม่ใช่เซตจำกัด
3. **เซตว่าง** (Empty Set) หมายถึง เซตที่ไม่มีสมาชิก เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ ϕ หรือ { }
4. **สมบัติของสับเซต** ถ้า A เป็นเซตจำกัดใดๆ ที่มีสมาชิก n ตัว
   1. จำนวนสับเซตทั้งหมดของเซต A = 2^n ตัว
   2. จำนวนสับเซตแท้ทั้งหมดของเซต A = $2^n - 1$ ตัว
5. **สมบัติของเพาเวอร์เซต** ให้ A เป็นเซตใดๆ เพาเวอร์เซตของ A เขียนแทนด้วย P(A)
   1. $P(A) \neq \phi$ สำหรับทุกๆ เซต A
   2. $A \in P(A)$
   3. $nP(A) = 2^n$
   4. ถ้า $A \subset B$ แล้ว $P(A) \subset P(B)$
   5. $P(A) \cap P(B) = P(A \cap B)$
   6. $P(A) \cup P(B) \subset P(A \cup B)$

   ข้อสังเกต * $A \subset (A \cup B)$ และ $B \subset (A \cup B)$

   ** $(A \cap B) \subset A$ และ $(A \cap B) \subset B$

สมบัติของเซต	ยูเนียน	อินเตอร์เซคชัน
1. Idempotent Laws	$A \cup A = A$ $A \cup \phi = A$ $A \cup U = U$	$A \cap A = A$ $A \cap \phi = \phi$ $A \cap U = A$
2. สมบัติการเปลี่ยนกลุ่ม	$(A \cup B) \cup C = A \cup B \cup C$	$(A \cap B) \cap C = A \cap B \cap C$
3. สมบัติการสลับที่	$A \cup B = B \cup A$	$A \cap B = B \cap A$
4. สมบัติการแจกแจง	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
5. เอกลักษณ์ของเซต	$A \cup \phi = A$	$A \cap U = A$
6. Complement Laws	$A \cup A' = U$	$A \cap A' = \phi$
7. De Morgan's Laws	$(A \cup B)' = \phi$	$(A \cap B)' = U$

สมบัติอื่นๆ

8. $A - B = A \cap B'$
9. $(A \cup B)' = A' \cap B'$
   $(A \cap B)' = A' \cup B'$

6. การหาจำนวนสมาชิกของเซต

1. ถ้า A และ B เป็นเซตจำกัด และ $A \cap B = \phi$
   แล้ว $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$
2. ถ้า A และ B เป็นเซตจำกัด และ $A \cap B \neq \phi$
   แล้ว $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
3. $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$
4. $n(A') = n(U) - n(A)$

ตัวอย่างข้อสอบ

1. ให้ A เป็นเซตจำกัด และ B เป็นเซตอนันต์ ข้อความใดต่อไปนี้**เป็นเท็จ**

1) มีเซตจำกัดที่เป็นสับเซตของ A
2) มีเซตจำกัดที่เป็นสับเซตของ B
3) มีเซตอนันต์ที่เป็นสับเซตของ A
4) มีเซตอนันต์ที่เป็นสับเซตของ B

2. ให้ $A = \{1, 2, 3, ...\}$ และ $B = \{\{1, 2\}, \{3, 4, 5\}, 6, 7, 8, ...\}$ ข้อใด**เป็นเท็จ**

1) A – B มีสมาชิก 5 ตัว
2) จำนวนสมาชิกของเพาเวอร์เซตของ B – A เท่ากับ 4
3) จำนวนสมาชิกของ $(A - B) \cup (B - A)$ เป็นจำนวนคู่
4) $A \cap B$ คือ เซตของจำนวนนับที่มีค่ามากกว่า 5

3. ถ้า $A - B = \{2, 4, 6\}$, $B - A = \{0, 1, 3\}$ และ $A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ แล้ว $A \cap B$ เป็นสับเซตของเซตในข้อใดต่อไปนี้

1) $\{0, 1, 4, 5, 6, 7\}$ 2) $\{1, 2, 4, 5, 6, 8\}$

3) $\{0, 1, 3, 5, 7, 8\}$ 4) $\{0, 2, 4, 5, 6, 8\}$

4. กำหนดให้ A, B และ C เป็นเซตใดๆ ซึ่ง $A \subset B$ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $(C - A) \subset (C - B)$

ข. $A^c \cap C \subset A^c \cap B$

ข้อใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

1) ก. ถูก และ ข. ถูก 2) ก. ถูก และ ข. ผิด 3) ก. ผิด และ ข. ถูก 4) ก. ผิด และ ข. ผิด

5. กำหนดให้ A และ B เป็นเซต ซึ่ง $n(A \cup B) = 88$ และ $n[(A - B) \cup (B - A)] = 76$ ถ้า $n(A) = 45$ แล้ว $n(B)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 45 2) 48 3) 53 4) 55

6. นักเรียนกลุ่มหนึ่งจำนวน 46 คน แต่ละคนมีเสื้อสีเหลืองหรือเสื้อสีฟ้าอย่างน้อยสีละหนึ่งตัว ถ้านักเรียน 39 คนมีเสื้อสีเหลือง และ 19 คนมีเสื้อสีฟ้า แล้วนักเรียนกลุ่มนี้ที่มีเสื้อสีเหลืองและเสื้อสีฟ้ามีจำนวนเท่ากับข้อใด

1) 9 คน 2) 10 คน 3) 11 คน 4) 12 คน

7. ในการสำรวจความชอบในการดื่มชาเขียวและกาแฟของกลุ่มตัวอย่าง 32 คน พบว่า

ผู้ชอบดื่มชาเขียวมี 18 คน

ผู้ชอบดื่มกาแฟมี 16 คน

ผู้ไม่ชอบดื่มชาเขียวและไม่ชอบดื่มกาแฟมี 8 คน

จำนวนคนที่ชอบดื่มชาเขียวอย่างเดียวเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 6 คน 2) 8 คน 3) 10 คน 4) 12 คน

8. นักเรียนกลุ่มหนึ่งจำนวน 50 คน มี 32 คน ไม่ชอบเล่นกีฬาและไม่ชอบฟังเพลง ถ้ามี 6 คน ชอบฟังเพลงแต่ไม่ชอบเล่นกีฬา และมี 1 คน ชอบเล่นกีฬาแต่ไม่ชอบฟังเพลง แล้วนักเรียนในกลุ่มนี้ที่ชอบเล่นกีฬาและชอบฟังเพลงมีจำนวนเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 11 คน 2) 12 คน 3) 17 คน 4) 18 คน

9. ถ้ากำหนดจำนวนสมาชิกของเซตต่างๆ ตามตารางต่อไปนี้

เซต	$A \cup B$	$A \cup C$	$B \cup C$	$A \cup B \cup C$	$A \cap B \cap C$
จำนวนสมาชิก	25	27	26	30	7

จำนวนสมาชิกของ $(A \cap B) \cup C$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 23 2) 24 3) 25 4) 26

10. ให้ A และ B เป็นเซตซึ่ง $n(A) = 5$, $n(B) = 4$ และ $n(A \cap B) = 2$ ถ้า $C = (A - B) \cup (B - A)$ แล้ว $n(P(C))$ เท่ากับเท่าใด

11. ในการสำรวจงานอดิเรกของนักเรียน 200 คนปรากฏว่า

ชอบอ่านหนังสือมี	120 คน
ชอบดูภาพยนตร์มี	110 คน
ชอบเล่นกีฬามี	130 คน
ชอบอ่านหนังสือและดูภาพยนตร์มี	60 คน
ชอบอ่านหนังสือและเล่นกีฬามี	70 คน
ชอบดูภาพยนตร์และเล่นกีฬามี	50 คน

นักเรียนที่ชอบเล่นกีฬาเพียงอย่างเดียวมีกี่คน

12. ในการสอบถามพ่อบ้านจำนวน 300 คน พบว่า

มีคนที่ดื่มชา 100 คน

มีคนที่ดื่มกาแฟ 150 คน

มีคนที่ไม่ดื่มทั้งน้ำชาและกาแฟ 100 คน

พ่อบ้านที่ดื่มทั้งชาและกาแฟมีจำนวนเท่าใด

13. ในการสอบของนักเรียนชั้นประถมศึกษากลุ่มหนึ่ง พบว่า มีผู้สอบผ่านวิชาต่างๆ ดังนี้

คณิตศาสตร์	36	คน
สังคมศึกษา	50	คน
ภาษาไทย	44	คน
คณิตศาสตร์และสังคมศึกษา	15	คน
ภาษาไทยและสังคมศึกษา	12	คน
คณิตศาสตร์และภาษาไทย	7	คน
ทั้งสามวิชา	5	คน

จำนวนผู้ที่สอบผ่านอย่างน้อยหนึ่งวิชามีกี่คน

การให้เหตุผล

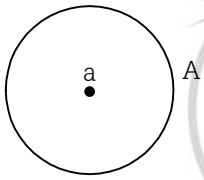
การให้เหตุผลทางคณิตศาสตร์โดยทั่วไปสามารถแบ่งออกได้ 2 ลักษณะ คือ

1. การให้เหตุผลแบบอุปนัย เป็นการให้เหตุผลโดยอาศัยข้อสังเกต หรือผลการทดลองจากหลายๆ ตัวอย่าง มาสรุปเป็นข้อตกลง หรือข้อคาดเดาทั่วไป หรือคำพยากรณ์

2. การให้เหตุผลแบบนิรนัย เป็นการให้เหตุผลโดยนำข้อความที่กำหนดให้ ซึ่งต้องยอมรับว่าเป็นจริงทั้งหมดมาเป็นข้ออ้างและสนับสนุนเพื่อสรุปเป็นข้อความจริงใหม่

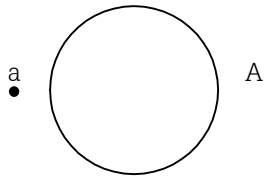
การตรวจสอบความสมเหตุสมผลโดยใช้แผนภาพเวนน์–ออยเลอร์

รูปแบบที่ 1 “a เป็นสมาชิกของ A”



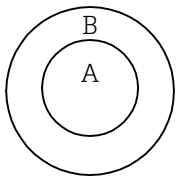
เขียนวงกลม A โดยให้ a อยู่ภายใน A

รูปแบบที่ 2 “a ไม่เป็นสมาชิกของ A”



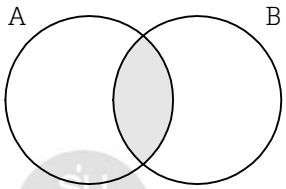
เขียนวงกลม A โดยไม่ให้ a อยู่ภายใน A

รูปแบบที่ 3 “A ทุกตัวเป็น B”



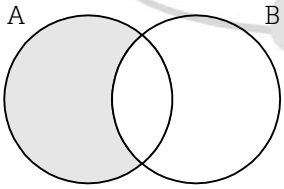
เขียนวงกลม A และ B ซ้อนกัน โดย A อยู่ภายใน B
ส่วนที่แรเงาแสดงว่า “A ทุกตัวเป็น B”

รูปแบบที่ 4 “A บางตัวเป็น B”



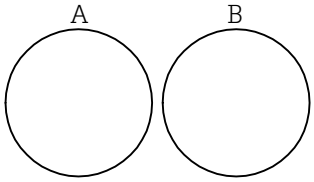
เขียนวงกลม A และ B ตัดกัน
ส่วนที่แรเงาแสดงว่า “A บางตัวเป็น B”

รูปแบบที่ 5 “A บางตัวไม่เป็น B”



เขียนวงกลม A และ B ตัดกัน
ส่วนที่แรเงาแสดงว่า “A บางตัวไม่เป็น B”

รูปแบบที่ 6 “ไม่มี A ตัวใดเป็น B”



เขียนวงกลม A และ B แยกกัน
เพื่อแสดงว่า “ไม่มี A ตัวใดเป็น B”

ตัวอย่างข้อสอบ

1. **เหตุ** (1) ไม่มีคนขยันคนใดเป็นคนตกงาน

(2) มีคนตกงานที่เป็นคนใช้เงินเก่ง

(3) มีคนขยันที่ไม่เป็นคนใช้เงินเก่ง

ผล ในข้อใดต่อไปนี้เป็นการสรุปผลจาก เหตุ ข้างต้นที่เป็นไปอย่างสมเหตุสมผล

1. มีคนขยันที่เป็นคนใช้เงินเก่ง
2. มีคนใช้เงินเก่งที่เป็นคนตกงาน
3. มีคนใช้เงินเก่งที่เป็นคนขยัน
4. มีคนตกงานที่เป็นคนขยัน

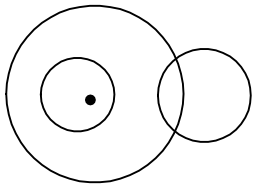
2. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

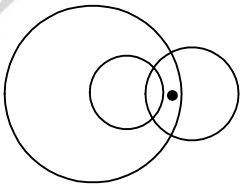
(1) นักกีฬาทุกคนมีสุขภาพดี

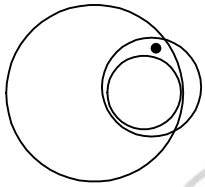
(2) คนที่มีสุขภาพดีบางคนเป็นคนดี

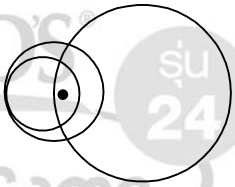
(3) ภราดรเป็นนักกีฬา และเป็นคนดี

แผนภาพในข้อใดต่อไปนี้มีความเป็นไปได้ที่จะสอดคล้องกับข้อความทั้งสามข้อข้างต้น เมื่อจุดแทนภราดร

1) 

2) 

3) 

4) 

3. จากแบบรูปที่กำหนดให้

	7	
1	2	4

	14	
2	4	8

	21	
3	6	12

...

	77	
a	b	c

โดยการให้เหตุผลแบบอุปนัย 2a – b + c มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 11 2) 22 3) 33 4) 44

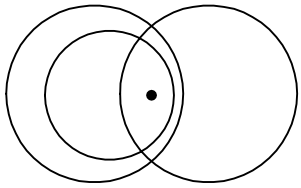
4. พิจารณาผลต่างระหว่างพจน์ของลำดับ 2, 5, 10, 17, 26, ... โดยการให้เหตุผลแบบอุปนัย พจน์ที่ 10 ของลำดับคือข้อใดต่อไปนี้

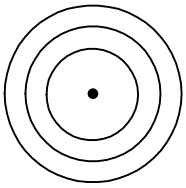
1) 145 2) 121 3) 101 4) 84

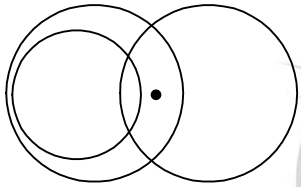
5. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

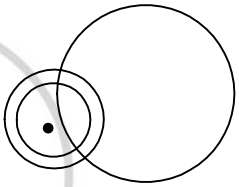
1. คนตีกอล์ฟเก่งทุกคนเป็นคนสายตาดี
2. คนที่ตีกอล์ฟไกลกว่า 300 หลา บางคน เป็นคนสายตาดี
3. ธงชัยตีกอล์ฟเก่งแต่ตีไม่ได้ไกลกว่า 300 หลา

แผนภาพในข้อใดต่อไปนี้ มีความเป็นไปได้ที่จะสอดคล้องกับข้อความทั้งสามข้างต้น เมื่อจุดแทนธงชัย

1) 

2) 

3) 

4) 

6. พิจารณาการให้เหตุผลต่อไปนี้

เหตุ 1. A

2. เห็ดเป็นพืชมีดอก

ผล เห็ดเป็นพืชชั้นสูง

ข้อสรุปข้างต้นสมเหตุสมผล ถ้า A แทนข้อความใด

1) พืชชั้นสูงทุกชนิดมีดอก
2) พืชชั้นสูงบางชนิดมีดอก
3) พืชมีดอกทุกชนิดเป็นพืชชั้นสูง
4) พืชมีดอกบางชนิดเป็นพืชชั้นสูง

7. พิจารณาการอ้างเหตุต่อไปนี้

ก. เหตุ 1. ถ้าฝนไม่ตกแล้วเดชาไปโรงเรียน

2. ฝนตก

ผล เดชาไม่ไปโรงเรียน

ข. เหตุ 1. รัตนาขยันเรียน หรือ รัตนาสอบชิงทุนรัฐบาลได้

2. รัตนาไม่ขยันเรียน

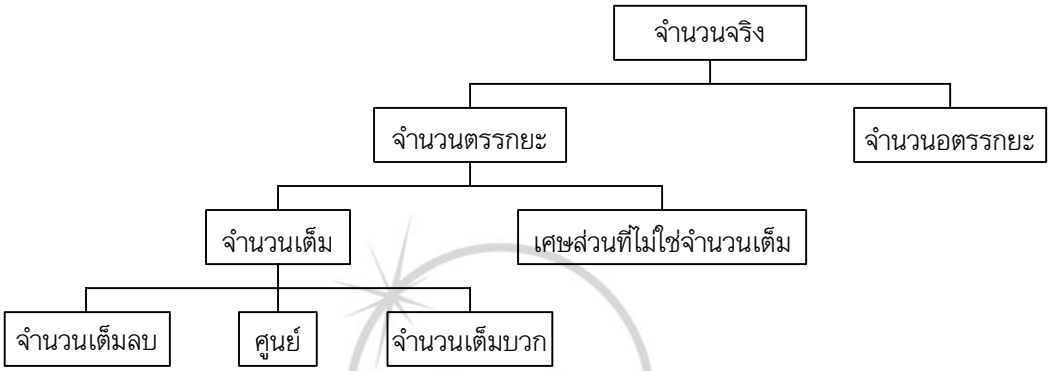
ผล รัตนาสอบชิงทุนรัฐบาลได้

ข้อใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

1) ก. สมเหตุสมผล และ ข. สมเหตุสมผล
2) ก. สมเหตุสมผล และ ข. ไม่สมเหตุสมผล
3) ก. ไม่สมเหตุสมผล และ ข. สมเหตุสมผล
4) ก. ไม่สมเหตุสมผล และ ข. ไม่สมเหตุสมผล

ระบบจำนวนจริง

แผนผังของระบบจำนวน



จำนวนจริง : Real Number (ใช้สัญลักษณ์ R แทนเซตของจำนวนจริง) คือ เซตที่เกิดจากการยูเนียนกันของเซตของจำนวนตรรกยะกับเซตของจำนวนอตรรกยะ เขียนบนเส้นจำนวนได้แบ่งออก ดังนี้

1. จำนวนอตรรกยะ (ใช้สัญลักษณ์ Q' แทนเซตของจำนวนอตรรกยะ) คือ จำนวนที่ไม่สามารถเขียนในรูปเศษส่วนของจำนวนเต็มได้ ซึ่งก็คือทศนิยมไม่ซ้ำทั้งหลาย เช่น π, e, ทศนิยมไม่รู้จบที่ไม่ซ้ำ

2. จำนวนตรรกยะ (ใช้สัญลักษณ์ Q แทนเซตของจำนวนตรรกยะ) คือ จำนวนที่เขียนเป็นเศษส่วนของจำนวนเต็มได้ ซึ่งก็คือ ทศนิยมซ้ำทั้งหลายดังนั้น $Q = \{x \mid x = \frac{a}{b}$ เมื่อ $a, b \in I$ และ $b \neq 0\}$

จำนวนเต็ม แบ่งออกเป็น 3 ชนิด คือ

1. จำนวนเต็มบวก เขียน I_+ หรือ I^+ แทนเซตของจำนวนเต็มบวก หมายถึง {1, 2, 3, ...} จำนวนเต็มบวกเรียกชื่ออีกอย่างว่า จำนวนนับหรือจำนวนธรรมชาติ ซึ่งเขียนแทนเซตของจำนวนธรรมชาติได้ด้วย N

2. จำนวนเต็มศูนย์ เซตที่มี 0 เป็นสมาชิกเพียงตัวเดียว นั่นคือ {0}

3. จำนวนเต็มลบ เขียน I_- หรือ I^- แทนเซตของจำนวนเต็มลบ หมายถึง {..., −3, −2, −1} เซตของจำนวนเต็มเขียนแทนด้วย I ดังนั้น $I = I^+ \cup I^- \cup \{0\}$

การบวกและการคูณในระบบจำนวนจริง

ระบบจำนวนจริงประกอบด้วยเซตของจำนวนจริง R กับการบวกและการคูณ ซึ่งมีสมบัติดังนี้

ถ้า a, b และ c เป็นจำนวนจริง

สมบัติ	การบวก	การคูณ
ปิด การสลับที่ การเปลี่ยนกลุ่ม การมีเอกลักษณ์	1. $a + b \in R$ 2. $a + b = b + a$ 3. $(a + b) + c = a + (b + c)$ 4. มีจำนวนจริง 0 ซึ่ง $0 + a = a = a + 0$	6. $ab \in R$ 7. $ab = ba$ 8. $(ab)c = a(bc)$ 9. มีจำนวนจริง 1, $1 \neq 0$ ซึ่ง $1a = a$
การมีอินเวอร์ส	5. สำหรับ a จะมีจำนวนจริง $-a$ โดยที่ $(-a) + a = 0 = a + (-a)$ อ่าน $-a$ ว่า อินเวอร์สการบวกของ a	10. สำหรับ a ที่ไม่เป็น 0 จะมี จำนวนจริง a^{-1} โดยที่ (a^{-1}) $(a^{-1})a = 1$ อ่าน a^{-1} ว่า อินเวอร์สการคูณของ a
การแจกแจง	11. $a(b + c) = ab + ac$	

การแก้สมการกำลังสอง

การแก้สมการ หรือการหาคำตอบของสมการกำลังสองตัวแปรเดียว หมายถึง การหาคำตอบของสมการที่เขียนอยู่ในรูป $ax^2 + bx + c = 0$ เมื่อ a, b, c เป็นค่าคงตัว และ $a \neq 0$ ทำได้โดยอาศัยความรู้เกี่ยวกับจำนวนจริงและการแยกตัวประกอบของพหุนาม ดังนี้

แยกตัวประกอบของพหุนาม

- พหุนามในรูปกำลังสองสมบูรณ์ จะแยกตัวประกอบ ดังนี้
  $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$
  $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$
- พหุนามในรูปผลต่างกำลังสอง จะแยกตัวประกอบดังนี้
  $A^2 - B^2 = (A - B)(A + B)$
- พหุนามในรูปผลบวกกำลังสาม จะแยกตัวประกอบดังนี้
  $A^3 + B^3 = (A + B)(A^2 - AB + B^2)$
- พหุนามในรูปผลต่างกำลังสาม จะแยกตัวประกอบดังนี้
  $A^3 - B^3 = (A - B)(A^2 + AB + B^2)$

การหาคำตอบของสมการ $ax^2 + bx + c = 0$ โดยใช้สูตร $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

สมบัติของกรณฑ์ที่สอง

1. $\sqrt{x} = x^{1/2}$ เมื่อ $x \geq 0$
2. $\sqrt{x^2} = |x|$
3. ถ้า $x \geq 0$ และ $y \geq 0$ แล้ว $\sqrt{x}\sqrt{y} = \sqrt{x \cdot y}$
4. ถ้า $x \geq 0$ และ $y > 0$ แล้ว $\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}} = \sqrt{\dfrac{x}{y}}$

การไม่เท่ากัน

ความหมายและสัญลักษณ์แทนการไม่เท่ากัน

ในการเปรียบเทียบจำนวนสองจำนวน นอกจากการเปรียบเทียบว่าเท่ากันและไม่เท่ากันแล้ว ยังมีการเปรียบเทียบว่า มากกว่าหรือน้อยกว่าได้โดยเขียนอยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์

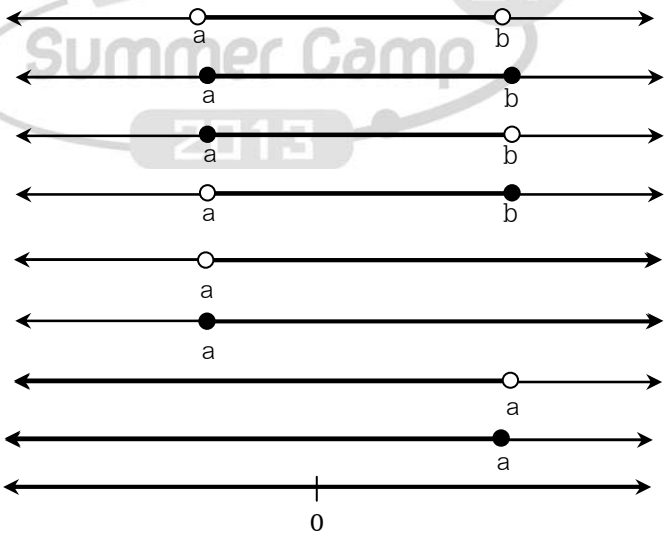
การเขียนสัญลักษณ์แทนช่วง

ถ้า $a, b \in R$ และ $a < b$

1. ช่วงเปิด a, b เขียนแทนด้วย (a, b) และ $(a, b) = \{x|a < x < b\}$
2. ช่วงปิด a, b เขียนแทนด้วย [a, b] และ $[a, b] = \{x|a \leq x \leq b\}$
3. ช่วงครึ่งปิดครึ่งเปิด a, b เขียนแทนด้วย [a, b) และ $[a, b) = \{x|a \leq x < b\}$
   หรือ (a, b] และ $(a, b] = \{x|a < x \leq b\}$
4. ช่วงอนันต์
   4.1 $(a, \infty) = \{x|a < x < \infty\} = \{x|x > a\}$
   4.2 $[a, \infty) = \{x|a \leq x < \infty\} = \{x|x \leq a\}$
   4.3 $(-\infty, a) = \{x|-\infty < x < a\} = \{x|x < a\}$
   4.4 $(-\infty, a] = \{x|-\infty < x \leq a\} = \{x|x \leq a\}$
   4.5 $(-\infty,\infty)$ = เซตของจำนวนจริง = R

การเขียนช่วงบนเส้นจำนวนจริง

(a, b) =
[a, b] =
[a, b) =
(a, b] =
(a, ∞) =
[a, ∞) =
(−∞, a) =
(−∞, a] =
(−∞, ∞) =



สมบัติของการไม่เท่ากัน

กำหนด x, a, b เป็นจำนวนจริง และ $a < b$ แล้ว

1. ถ้า $(x - a)(x - b) > 0$ จะได้ $x < a$ หรือ $x > b$
2. ถ้า $(x - a)(x - b) < 0$ จะได้ $a < x < b$
3. ถ้า $(x - a)(x - b) \geq 0$ จะได้ $x \leq a$ หรือ $x \geq b$
4. ถ้า $(x - a)(x - b) \leq 0$ จะได้ $a \leq x \leq b$
5. ถ้า $\frac{x - a}{x - b} > 0$ จะได้ $x < a$ หรือ $x > b$
6. ถ้า $\frac{x - a}{x - b} < 0$ จะได้ $a < x < b$
7. ถ้า $\frac{x - a}{x - b} \geq 0$ จะได้ $x \leq a$ หรือ $x > b$
8. ถ้า $\frac{x - a}{x - b} \leq 0$ จะได้ $a \leq x < b$

ค่าสัมบูรณ์ของจำนวนจริง

ค่าสัมบูรณ์ของ a เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $|a|$ หมายถึง ระยะห่างระหว่างจุดแทน 0 กับจุดแทน a บนเส้นจำนวน

บทนิยาม ให้ a เป็นจำนวนจริง

$$|a| = \begin{cases} a & \text{ถ้า } a > 0 \\ 0 & \text{ถ้า } a = 0 \\ -a & \text{ถ้า } a < 0 \end{cases}$$

สมบัติการเท่ากันของค่าสัมบูรณ์ เมื่อ x และ y เป็นจำนวนจริง

1. $|x| = |y|$ ก็ต่อเมื่อ $x = y$ หรือ $x = -y$
2. $|x| = |-x|$
3. $|xy| = |x||y|$
4. $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}, y \neq 0$
5. $|x - y| = |y - x|$
6. $|x^2| = |x|^2 = x^2$
7. $|x + y| = |x| + |y|$ ก็ต่อเมื่อ $xy \geq 0$
8. $|x - y| = |x| + |y|$ ก็ต่อเมื่อ $xy \leq 0$
9. $\sqrt{x^2} = |x|$

สมบัติการไม่เท่ากันของค่าสัมบูรณ์ เมื่อ x และ y เป็นจำนวนจริง และ a เป็นจำนวนจริงบวก

1. $|x| < a$ ความหมายตรงกับ $-a < x < a$
2. $|x| \leq a$ ความหมายตรงกับ $-a \leq x \leq a$
3. $|x| > a$ ความหมายตรงกับ $x < -a$ หรือ $x > a$
4. $|x| \geq a$ ความหมายตรงกับ $x \leq -a$ หรือ $x \geq a$
5. $x^2 < y^2$ ก็ต่อเมื่อ $|x| < |y|$
6. $|x + y| \leq |x| + |y|$
7. $|x| - |y| \leq |x - y|$
8. $|y| - |x| \leq |x - y|$
9. $-|x| \leq x \leq |x|$

ตัวอย่างข้อสอบ

1. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. มีจำนวนตรรกยะที่น้อยที่สุดที่มากกว่า 0

ข. มีจำนวนอตรรกยะที่น้อยที่สุดที่มากกว่า 0

ข้อสรุปใดต่อไปนี้กล่าว**ถูกต้อง**

1) ก. ถูก ข. ถูก 2) ก. ถูก ข. ผิด 3) ก. ผิด ข. ถูก 4) ก. ผิด ข. ผิด

2. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. จำนวนที่เป็นทศนิยมไม่รู้จบบางจำนวนเป็นจำนวนอตรรกยะ

ข. จำนวนที่เป็นทศนิยมไม่รู้จบบางจำนวนเป็นจำนวนตรรกยะ

ข้อใด**ถูกต้อง**

1) ก. ถูก ข. ถูก 2) ก. ถูก ข. ผิด 3) ก. ผิด ข. ถูก 4) ก. ผิด ข. ผิด

3. กำหนดให้ s, t, u และ v เป็นจำนวนจริง ซึ่ง $s < t$ และ $u < v$ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $s - u < t - v$

ข. $s - v < t - u$

ข้อใด**ถูกต้อง**

1) ก. ถูก ข. ถูก 2) ก. ถูก ข. ผิด 3) ก. ผิด ข. ถูก 4) ก. ผิด ข. ผิด

4. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. ถ้า a และ b เป็นจำนวนจริงซึ่ง $|a| < |b|$ แล้ว $a^3 < b^3$

ข. ถ้า a, b และ c เป็นจำนวนจริงซึ่ง $ac = bc$ แล้ว $a = b$

ข้อใด**ถูกต้อง**

1) ก. ถูก ข. ถูก 2) ก. ถูก ข. ผิด 3) ก. ผิด ข. ถูก 4) ก. ผิด ข. ผิด

5. กำหนดให้ a, b และ c เป็นจำนวนจริงซึ่ง $|a|b^3c > 0$ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $ac > 0$

ข. $bc > 0$

ข้อใด**ถูกต้อง**

1) ก. ถูก ข. ถูก 2) ก. ถูก ข. ผิด 3) ก. ผิด ข. ถูก 4) ก. ผิด ข. ผิด

6. กำหนดให้ค่าประมาณที่ถูกต้องถึงทศนิยมตำแหน่งที่ 3 ของ 3 และ 5 คือ 1.732 และ 2.236 ตามลำดับ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $2.235 + 1.731 \leq \sqrt{5} + \sqrt{3} \leq 2.237 + 1.733$

ข. $2.235 - 1.731 \leq \sqrt{5} - \sqrt{3} \leq 2.237 - 1.733$

ข้อสรุปใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

1) ก. ถูก ข. ถูก 2) ก. ถูก ข. ผิด 3) ก. ผิด ข. ถูก 4) ก. ผิด ข. ผิด

7. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. สมบัติการมีอินเวอร์สการบวกของจำนวนจริงกล่าวว่า สำหรับจำนวนจริง a จะมีจำนวนจริง b ที่ $b + a = 0 = a + b$

ข. สมบัติการมีอินเวอร์สการคูณของจำนวนจริงกล่าวว่า สำหรับจำนวนจริง a จะมีจำนวนจริง b ที่ $ba = 1 = ab$

ข้อสรุปใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

1) ก. ถูก ข. ถูก 2) ก. ถูก ข. ผิด 3) ก. ผิด ข. ถูก 4) ก. ผิด ข. ผิด

8. ให้ a และ b เป็นจำนวนตรรกยะที่แตกต่างกัน และให้ c และ d เป็นจำนวนอตรรกยะที่แตกต่างกัน พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $a - b$ เป็นจำนวนตรรกยะ

ข. $c - d$ เป็นจำนวนอตรรกยะ

ข้อสรุปใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

1) ก. ถูก ข. ถูก 2) ก. ถูก ข. ผิด 3) ก. ผิด ข. ถูก 4) ก. ผิด ข. ผิด

9. ค่าของ $(\sqrt{3} - 1)^{-2}$ เป็นจริงตามข้อใดต่อไปนี้

1) เป็นจำนวนอตรรกยะที่น้อยกว่า 1.8 2) เป็นจำนวนอตรรกยะที่มากกว่า 1.8

3) เป็นจำนวนตรรกยะที่น้อยกว่า 1.8 4) เป็นจำนวนตรรกยะที่มากกว่า 1.8

10. $(|4\sqrt{3} - 5\sqrt{2}| - |3\sqrt{5} - 5\sqrt{2}| + |4\sqrt{3} - 3\sqrt{5}|)^2$ เท่ากับข้อใด

1) 0 2) 180 3) 192 4) 200

11. $(\sqrt{2} + \sqrt{8} + \sqrt{18} + \sqrt{32})^2$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 60 2) $60\sqrt{2}$ 3) $100\sqrt{2}$ 4) 200

12. $\dfrac{\sqrt[5]{-32}}{\sqrt[3]{27}} + \dfrac{2^6}{(64)^{3/2}}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $-\dfrac{13}{24}$ 2) $-\dfrac{5}{6}$ 3) $\dfrac{2}{3}$ 4) $\dfrac{19}{24}$

13. $\left(\dfrac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}} - \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{15}}\right)^2$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $\dfrac{3}{10}$ 2) $\dfrac{7}{10}$ 3) $\sqrt{5} - 2$ 4) $\sqrt{6} - 2$

14. $(\sqrt{18} + 2\sqrt[3]{-125} - 3\sqrt[4]{4})^3$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) -1000 2) 1000 3) $2\sqrt{5} - 5\sqrt{2}$ 4) $5\sqrt{2} - 2\sqrt{5}$

15. ค่าของ $\sqrt{(-2)^2} + \left(\dfrac{8^{1/2} + 2\sqrt{2}}{\sqrt{32}}\right)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) -1 2) 1 3) 3 4) 5

16. $\left|\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{\sqrt{2}}\right| - |2 - \sqrt{2}|$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $\dfrac{3}{2} - \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ 2) $\dfrac{\sqrt{2}}{2} - \dfrac{3}{2}$ 3) $\dfrac{5}{2} - \dfrac{3\sqrt{2}}{2}$ 4) $\dfrac{3\sqrt{2}}{2} - \dfrac{5}{2}$

17. $(1 - \sqrt{2})^2(2 + \sqrt{8})^2(1 + \sqrt{2})^3(2 - \sqrt{8})^3$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) -32 2) -24 3) $-32 - 16\sqrt{2}$ 4) $-24 - 16\sqrt{2}$

18. ถ้า $x \le 5$ แล้วข้อใดต่อไปนี้**ถูก**

1) $x^2 \le 25$ 2) $|x| \le 25$ 3) $x|x| \le 25$ 4) $(x - |x|)^2 \le 25$

19. ผลเฉลยของสมการ $2|5 - x| = 1$ อยู่ในช่วงใด

1) $(-10, -5)$ 2) $(-6, -4)$ 3) $(-4, 5)$ 4) $(-3, 6)$

20. ถ้า $\dfrac{3}{4}$ เป็นผลเฉลยหนึ่งของสมการ $4x^2 + bx - 6 = 0$ เมื่อ b เป็นจำนวนจริงแล้ว อีกผลเฉลยหนึ่งของสมการนี้มีค่าตรงกับข้อใด

1) -2 2) $-\dfrac{1}{2}$ 3) $\dfrac{1}{2}$ 4) 2

21. พิจารณาสมการ $|x - 7| = 6$ ข้อสรุปใดต่อไปนี้**เป็นเท็จ**

1) คำตอบหนึ่งของสมการมีค่าระหว่าง 10 และ 15
2) ผลบวกของคำตอบทั้งหมดของสมการมีค่าเท่ากับ 14
3) สมการนี้มีคำตอบมากกว่า 2 คำตอบ
4) ในบรรดาคำตอบทั้งหมดของสมการ คำตอบที่มีค่าน้อยที่สุดมีค่าน้อยกว่า 3

22. ถ้าสมการ $(x^2 + 1)(2x^2 - 6x + c) = 0$ มีรากที่เป็นจำนวนจริงเพียง 1 ราก ค่าของ c จะอยู่ในช่วงใดต่อไปนี้

1) (0, 3) 2) (3, 6) 3) (6, 9) 4) (9, 12)

23. สมการในข้อใดต่อไปนี้ มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริงมากกว่า 2 คำตอบ

1) $(x - 2)^2 + 1 = 0$
2) $(x^2 + 2)(x^2 - 1) = 0$
3) $(x - 1)^2(x^2 + 2) = 0$
4) $(x - 1)^2(x + 2)^2 = 0$

24. จำนวนสมาชิกของเซต $\{x \mid x = \left(a + \frac{1}{|a|}\right)^2 - \left(|a| - \frac{1}{a}\right)^2$ เมื่อ a เป็นจำนวนจริงซึ่งไม่เท่ากับ 0$\}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 1 2) 2 3) 3 4) มากกว่าหรือเท่ากับ 4

25. ผลบวกของคำตอบทุกคำตอบของสมการ $x^3 - 2x = |x|$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 0 2) $\sqrt{3}$ 3) $\sqrt{3} - 1$ 4) $\sqrt{3} + 1$

26. กำหนดให้ I เป็นเซตของจำนวนเต็ม และ $A = \left\{x \in I \,\middle|\, \frac{|x - 1| - 1}{|x - 1|} \le \frac{2}{3}\right\}$ แล้วจำนวนสมาชิกของเซต A เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 4 2) 5 3) 6 4) 7

27. ถ้า $x = -\frac{1}{2}$ เป็นรากของสมการ $ax^2 + 3x - 1 = 0$ แล้วรากอีกรากหนึ่งของสมการนี้มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) –5 2) $-\frac{1}{5}$ 3) $\frac{1}{5}$ 4) 5

28. เซตของจำนวนจริง m ซึ่งทำให้สมการ $x^2 - mx + 4$ มีรากเป็นจำนวนจริง เป็นสับเซตของเซตใดต่อไปนี้

1) $(-5, 5)$ 2) $(-\infty, -4) \cup [3, \infty)$ 3) $(-\infty, 0) \cup [5, \infty)$ 4) $(-\infty, -3) \cup [4, \infty)$

29. เซตคำตอบของอสมการ $-1 \le \sqrt{2} + \frac{x}{1 - \sqrt{2}} \le 1$ คือเซตในข้อใดต่อไปนี้

1) $[\sqrt{2} - 1, 1]$ 2) $[\sqrt{2} - 1, 2]$ 3) $[3 - 2\sqrt{2}, 1]$ 4) $[3 - 2\sqrt{2}, 2]$

30. กำหนดให้ ABC เป็นสามเหลี่ยมที่มีมุม C เป็นมุมฉาก มีด้าน BC ยาวเท่ากับ $10\sqrt{3}$ หน่วย และด้าน AB ยาวเท่ากับ 20 หน่วย ถ้าลากเส้นตรงจากจุด C ไปตั้งฉากกับด้าน AB ที่จุด D แล้วจะได้ว่าด้าน CD ยาวเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $5\sqrt{2}$ หน่วย 2) $5\sqrt{3}$ หน่วย 3) $10\sqrt{2}$ หน่วย 4) $10\sqrt{3}$ หน่วย

31. ต้องการล้อมรั้วรอบที่ดินรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าซึ่งมีพื้นที่ 65 ตารางวา โดยด้านยาวของที่ดินยาวกว่าสองเท่าของด้านกว้างอยู่ 3 วา จะต้องใช้รั้วที่มีความยาวเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 30 วา 2) 36 วา 3) 42 วา 4) 48 วา

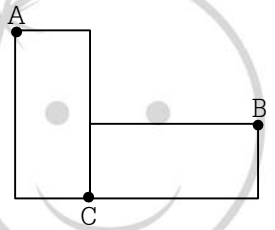
32. รูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปหนึ่ง มีพื้นที่ 600 ตารางเซนติเมตร ถ้าด้านประกอบมุมฉากด้านหนึ่งยาวเป็น 75% ของด้านประกอบมุมฉากอีกด้านหนึ่งแล้ว เส้นรอบรูปสามเหลี่ยมมุมฉากรูปนี้ยาวกี่เซนติเมตร

1) 120 2) 40 3) $60\sqrt{2}$ 4) $20\sqrt{2}$

33. ขบวนพาเหรดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าขบวนหนึ่ง ประกอบด้วยผู้เดินเป็นแถว แถวละเท่าๆ กัน (มากกว่า 1 แถว และแถวละมากกว่า 1 คน) โดยเฉพาะผู้อยู่ริมด้านนอกทั้งสี่ด้านของขบวนนั้น ที่สวมชุดสีแดง ซึ่งมีทั้งหมด 50 คน ถ้า x คือจำนวนแถวของขบวนพาเหรด และ N คือจำนวนคนที่อยู่ในขบวนพาเหรดแล้ว ข้อใด **ถูกต้อง**

1) $31x - x^2 = N$ 2) $29x - x^2 = N$ 3) $27x - x^2 = N$ 4) $25x - x^2 = N$

34. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าสองรูป มีขนาดเท่ากัน โดยมีเส้นทแยงมุมยาวเป็นสองเท่าของด้านกว้าง ถ้านำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าทั้งสองมาวางต่อกันดังรูป จุด A และจุด B อยู่ห่างกันเป็นระยะกี่เท่าของด้านกว้าง



1) 1.5 2) 3 3) $\sqrt{2}$ 4) $2\sqrt{2}$

35. ถ้า $x = \dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ และ $y = \dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ แล้ว $x^2 - 4xy + y^2$ เท่ากับเท่าใด

36. ถ้า $\left(\sqrt{\dfrac{8}{27}}\right)^4 = \left(\dfrac{16}{81}\right)^{1/x}$ และ $y = 3x$ แล้ว y เท่ากับเท่าใด

37. ถ้า a, b, c และ d เป็นจำนวนจริงซึ่ง $(x - 1)^2(ax + b) = cx^2 + dx + 4$ ทุกจำนวนจริง x แล้ว $a + b + c + d$ เท่ากับเท่าใด

38. ถ้า $(p - 2)^2 = 25$ และ $(q + 1)^2 = 81$ แล้ว ค่ามากที่สุดที่เป็นไปได้ของ $p - 2q$ เท่ากับเท่าใด

39. ถ้าช่วงเปิด (a, b) เป็นเซตคำตอบของอสมการ $|x - 1| + |6 - 3x| < 17$ และ $x > 2$ แล้ว $a + b$ เท่ากับเท่าใด

เลขยกกำลัง

เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็ม

บทนิยาม ถ้า a เป็นจำนวนจริงใดๆ และ n เป็นจำนวนเต็มบวก แล้ว $a^n = a \times a \times a \times \ldots \times a$ (เมื่อ a มีจำนวน n ตัว)

เรียก a^n ว่า เลขยกกำลัง มี a เป็นฐาน และ n เป็นเลขชี้กำลัง

เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

บทนิยาม ถ้า a เป็นจำนวนจริงบวกใดๆ และ n เป็นจำนวนตรรกยะที่มากกว่า 1

$$\sqrt[n]{a} = a^{1/n}$$

สมบัติของเลขยกกำลัง

ถ้า x และ y เป็นจำนวนจริงใดๆ m และ n เป็นจำนวนเต็มบวก

1. $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$
2. $(x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n$
3. $(x^m)^n = x^{mn}$
4. $\dfrac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$
5. $\left(\dfrac{x}{y}\right)^n = \dfrac{x^n}{y^n}$
6. $\dfrac{1}{x^n} = x^{-n}$

ข้อสังเกต : $x^0 = 1$

สมการของเลขยกกำลัง

ถ้า x และ y เป็นจำนวนจริงบวกใดๆ m และ n เป็นจำนวนตรรกยะ

1. $x^m = x^n$ ก็ต่อเมื่อ $m = n$
2. $x^m = y^m$ ก็ต่อเมื่อ $m = 0$ โดยที่ $x, y \neq 0$

อสมการของเลขยกกำลัง

ถ้า x และ y เป็นจำนวนจริงบวกใดๆ m และ n เป็นจำนวนตรรกยะ

1. $x^m < x^n$ และ $x > 1$ จะได้ว่า $m < n$
2. $x^m < x^n$ และ $0 < x < 1$ จะได้ว่า $m > n$

ตัวอย่างข้อสอบ

1. กำหนดให้ a และ b เป็นจำนวนจริงใดๆ แล้วข้อใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

1) ถ้า $a < b$ แล้วจะได้ $a^2 < b^2$
2) ถ้า $a < b < 0$ แล้วจะได้ $ab < a^2$
3) ถ้า $|a| < |b|$ แล้วจะได้ $a < b$
4) ถ้า $a^2 < b^2$ แล้วจะได้ $a < b$

2. กำหนดให้ a และ x เป็นจำนวนจริงใดๆ ข้อใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

1) ถ้า $a < 0$ แล้ว $a^x < 0$
2) ถ้า $a < 0$ แล้ว $a^{-x} < a$
3) ถ้า $a > 0$ แล้ว $a^{-x} > 0$
4) ถ้า $a > 0$ แล้ว $a^x > a$

3. ข้อใดมีค่า**ต่างจาก**ข้ออื่น

1) $(-1)^0$ 2) $(-1)^{0.2}$ 3) $(-1)^{0.4}$ 4) $(-1)^{0.8}$

4. ข้อใดต่อไปนี้**ผิด**

1) $\sqrt{0.9+10} < \sqrt{0.9} + \sqrt{10}$ 2) $(\sqrt{0.9})(\sqrt[4]{0.9}) < 0.9$

3) $(\sqrt{0.9})(\sqrt[3]{1.1}) < (\sqrt{1.1})(\sqrt[3]{0.9})$ 4) $\sqrt[300]{125} < \sqrt[200]{100}$

5. อสมการในข้อใดต่อไปนี้**เป็นจริง**

1) $2^{1000} < 3^{600} < 10^{300}$ 2) $3^{600} < 2^{1000} < 10^{300}$

3) $3^{600} < 10^{300} < 2^{1000}$ 4) $10^{300} < 2^{1000} < 3^{600}$

6. ข้อใดต่อไปนี้**ผิด**

1) $(24)^{30} < 2^{20} \cdot 3^{30} \cdot 4^{40}$ 2) $(24)^{30} < 2^{30} \cdot 3^{20} \cdot 4^{40}$

3) $2^{20} \cdot 3^{30} \cdot 4^{40} < (24)^{30}$ 4) $2^{30} \cdot 3^{40} \cdot 4^{20} < (24)^{30}$

7. ค่าของ x ที่สอดคล้องกับสมการ $\sqrt{2}^{(2x)} = \dfrac{2^{(4x)}}{4^4}$

1) 2 2) 3 3) 4 4) 5

8. $\dfrac{8^{2/3}}{\sqrt[4]{144}} \cdot \dfrac{(18)^{1/2}}{\sqrt{6}}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $\sqrt{\frac{2}{3}}$ 2) $\sqrt{\frac{3}{2}}$ 3) 2 4) 3

9. ถ้า $\left(3+\frac{3}{8}\right)^{3x} = \frac{16}{81}$ แล้ว x มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $-\frac{4}{9}$ 2) $-\frac{2}{9}$ 3) $-\frac{1}{9}$ 4) $\frac{1}{9}$

10. ถ้า $8^x - 8^{(x+1)} + 8^{(x+2)} = 228$ แล้ว x มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $\frac{1}{3}$ 2) $\frac{2}{3}$ 3) $\frac{4}{3}$ 4) $\frac{5}{3}$

11. เซตคำตอบของอสมการ $4^{(2x^2-4x-5)} \le \frac{1}{32}$ คือเซตในข้อใดต่อไปนี้

1) $\left[-\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right]$ 2) $\left[-\frac{5}{2}, 1\right]$ 3) $\left[-\frac{1}{2}, 1\right]$ 4) $\left[-\frac{1}{2}, \frac{5}{2}\right]$

12. ถ้า $\left(\sqrt{\frac{8}{125}}\right)^4 = \left(\frac{16}{625}\right)^{1/x}$ แล้ว x มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $\frac{3}{4}$ 2) $\frac{2}{3}$ 3) $\frac{3}{2}$ 4) $\frac{4}{3}$

13. ถ้า $4^a = \sqrt{2}$ และ $16^{-b} = \frac{1}{4}$ แล้ว a + b เท่ากับเท่าใด

ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

คู่อันดับ

(a, b) โดยที่ a คือ สมาชิกตัวหน้า และ b คือ สมาชิกตัวหลัง

ผลคูณคาร์ทีเซียน

"ถ้า A และ B เป็นเซตใดๆ ผลคูณคาร์ทีเซียนของ A และ B เขียนแทนด้วย $A \times B$"

นิยาม $A \times B = \{(x, y) \mid x \in A$ และ $y \in B\}$

สมบัติของผลคูณคาร์ทีเซียน ให้ A, B และ C เป็นเซตใดๆ

1. ถ้า $n(A) = m$ และ $n(B) = n$ แล้ว $n(A \times B) = n(B \times A) = mn$
2. $A \times B = B \times A$ ก็ต่อเมื่อ $A = B$ หรือ $A = \phi$ หรือ $B = \phi$ แล้วจะได้ว่า
3. $A \times (B \cup C) = (A \times B) \cup (A \times C)$
4. $A \times (B \cap C) = (A \times B) \cap (A \times C)$
5. $A \times (B - C) = (A \times B) - (A \times C)$

ความสัมพันธ์

นิยาม ให้ A และ B เป็นเซต r เป็นความสัมพันธ์จาก A ไป B ก็ต่อเมื่อ r เป็นสับเซตของ $A \times B$

โดเมนของความสัมพันธ์ คือ เซตของสมาชิกตัวหน้าของทุกคู่อันดับ (D_r) นั่นคือ $D_r = \{x \mid (x, y) \in r\}$

เรนจ์ของความสัมพันธ์ คือ เซตของสมาชิกตัวหลังของทุกคู่อันดับ (R_r) นั่นคือ $R_r = \{y \mid (x, y) \in r\}$

ถ้า $n(A) = m$ และ $n(B) = n$ แล้ว จำนวนความสัมพันธ์ทั้งหมดจาก A ไป B เท่ากับ 2^{mn}

การหาโดเมนและเรนจ์ในกรณีที่ $r \subset R \times R$

1. ถ้าเงื่อนไขของความสัมพันธ์อยู่ในรูป $y = ax + b$ โดยที่ $a \neq 0$
   จะได้ โดเมนและเรนจ์เป็นจำนวนจริง
2. ถ้าเงื่อนไขของความสัมพันธ์อยู่ในรูป $y = \frac{a}{bx + c}$ โดยที่ $a, b \neq 0$
   จะได้ โดเมน $= \{x \mid x \neq -\frac{c}{d}\}$ เรนจ์ $= \{y \mid y \neq 0\}$
3. ถ้าเงื่อนไขของความสัมพันธ์อยู่ในรูป $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ โดยที่ $a, c \neq 0$
   จะได้ โดเมน $= \{x \mid x \neq -\frac{c}{d}\}$ เรนจ์ $= \{y \mid y \neq \frac{a}{c}\}$
4. ถ้าเงื่อนไขความสัมพันธ์อยู่ในรูป $y = |ax + b|$ โดยที่ $a \neq 0$
   จะได้ โดเมน $= R$ เรนจ์ $= \{y \mid y \geq 0\}$

5. ถ้าเงื่อนไขความสัมพันธ์อยู่ในรูป $y = |ax + b| + c$ โดยที่ $a \neq 0$
จะได้ โดเมน = R เรนจ์ = $\{y|y \geq c\}$

6. ถ้าเงื่อนไขความสัมพันธ์อยู่ในรูป $y = ax^2 + b$; $a \neq 0$ และ $a > 0$
จะได้ โดเมน = R เรนจ์ = $\{y|y \geq b\}$

7. ถ้าเงื่อนไขความสัมพันธ์อยู่ในรูป $y = \sqrt{ax + b}$
จะได้ โดเมน = $\{x|x \geq -\frac{b}{a}\}$; $a \neq 0$ เรนจ์ = $\{y|y \geq 0\}$

8. ถ้าเงื่อนไขความสัมพันธ์อยู่ในรูป $y = \sqrt{x^2 + b}$; $b > 0$
จะได้ โดเมน = R เรนจ์ = $\{y|y \geq \sqrt{b}\}$

9. ถ้าเงื่อนไขความสัมพันธ์อยู่ในรูป $y = \sqrt{x^2 - a^2}$
จะได้ โดเมน = $\{x|x \leq -a$ หรือ $x \geq a\}$ เรนจ์ = $\{y|y \geq 0\}$

10. ถ้าเงื่อนไขความสัมพันธ์อยู่ในรูป $y = \sqrt{a^2 - x^2}$
จะได้ โดเมน = $\{x|-a \leq x \leq a\}$ เรนจ์ = $\{y|0 \leq y \leq a\}$

ฟังก์ชัน

นิยาม ความสัมพันธ์ r จะเป็นฟังก์ชัน ก็ต่อเมื่อ ถ้า $(x, y) \in r$ และ $(x, z) \in r$ แล้ว $y = z$

การพิจารณาฟังก์ชัน

1. ความสัมพันธ์แบบแจกแจงสมาชิก : ให้พิจารณาว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ สังเกตสมาชิกตัวหน้าของคู่อันดับที่เป็นสมาชิกแต่ละตัว ถ้าสมาชิกไม่ซ้ำกัน

2. ความสัมพันธ์เป็นกราฟของความสัมพันธ์ : ให้พิจารณาว่าเป็นฟังก์ชันหรือไม่ โดยลากเส้นตรงขนานแกน y ให้ตัดกราฟ ถ้าเส้นตรงที่ลากตัดกราฟเพียง 1 จุด ความสัมพันธ์นั้นเป็นฟังก์ชัน ถ้าเส้นตรงที่ลากตัดกราฟมากกว่า 1 จุด ความสัมพันธ์นั้นไม่เป็นฟังก์ชัน

3. ความสัมพันธ์เป็นแบบบอกเงื่อนไข : พิจารณาจากตัวแปร y ของสมการในเงื่อนไขดังนี้

3.1 ถ้า y^n เมื่อ n เป็นจำนวนคู่ จะไม่เป็นฟังก์ชัน

3.2 ถ้า y เป็นค่าสัมบูรณ์ จะไม่เป็นฟังก์ชัน

3.3 ถ้าไม่มีตัวแปร y จะไม่เป็นฟังก์ชัน

3.4 ถ้าเป็นอสมการ จะไม่เป็นฟังก์ชัน

การหาค่าของฟังก์ชัน : การหาค่าของฟังก์ชัน ทำได้โดยการแทนค่า ตัวแปรในฟังก์ชันนั้นด้วยค่าที่ต้องการ

ฟังก์ชันประเภทต่าง ๆ

ฟังก์ชันเชิงเส้น

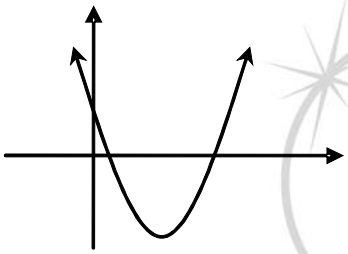
นิยาม ฟังก์ชันเชิงเส้น คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $f(x) = ax + b$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนจริง และ $a \neq 0$

ฟังก์ชันคงตัว คือ ฟังก์ชัน $f(x) = ax + b$ เมื่อ $a = 0$ และ b เป็นจำนวนจริง จะได้ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $f(x) = b$

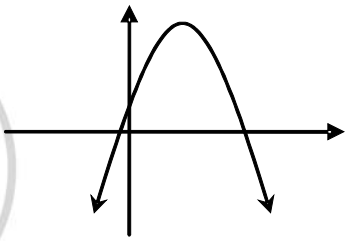
ฟังก์ชันกำลังสอง

นิยาม ฟังก์ชันกำลังสอง (Quadratic function) คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $f(x) = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริงใดๆ และ $a \neq 0$

ลักษณะของกราฟของฟังก์ชันขึ้นอยู่กับค่าของ a, b และ c เมื่อค่าของ a เป็นบวกหรือลบ จะทำให้ได้กราฟเป็นเส้นโค้งหงายหรือคว่ำ เรียกว่า กราฟพาราโบลา ดังรูป



เมื่อ $a > 0$

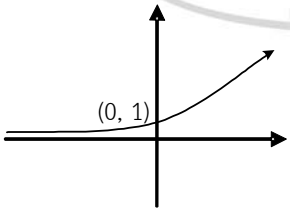
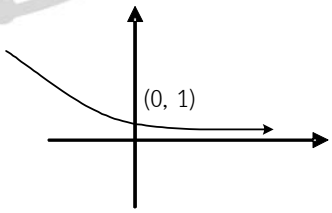


เมื่อ $a < 0$

พิจารณา ฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $f(x) = ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนจริงใดๆ และ $a \neq 0$ สามารถจัดฟังก์ชันในรูป $f(x) = a(x - h)^2 + h$ เมื่อ h และ k เป็นจำนวนจริงใดๆ และ $a \neq 0$

1. จุดวกกลับ $(h , k) = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$
2. ค่าสูงสุดหรือค่าต่ำสุด คือ k
3. สมการแกนสมมาตร คือ $x = h$
4. โดเมน คือ R และเรนจ์ คือ $[h, \infty)$ กรณี $a > 0$ หรือ $(-\infty, h]$ กรณี $a < 0$

ฟังก์ชันเอ็กซ์โพเนนเชียล คือ ฟังก์ชันที่อยู่ในรูปของ $y = a^x$ เมื่อ $a > 0$ และ $a \neq 1$

$y = a^x$ $a > 0$ และ $a \neq 1$	
	
- $a > 1$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มหรือกล่าวได้ว่า เมื่อ x มีค่าเพิ่มใน y จะมีค่าเพิ่มขึ้น - $D_f = R$ - $R_f = R^+$	- $0 < a < 1$ เป็นฟังก์ชันลดหรือกล่าวได้ว่า เมื่อ x มีค่าเพิ่มขึ้น y จะมีค่าลดลง - $D_f = R$ - $R_f = R^+$

ฟังก์ชันค่าสัมบูรณ์ คือ เป็นฟังก์ชันที่อยู่ในรูป $y = |x - a| + c$ เมื่อ a และ c เป็นจำนวนจริง กราฟจะมีลักษณะเป็นรูปตัววี (V)

ฟังก์ชันขั้นบันได คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นสับเซตของ R และมีค่าฟังก์ชันเป็นช่วงมากกว่า 2 ช่วง

ตัวอย่างข้อสอบ

1. ความสัมพันธ์ในข้อใดเป็นฟังก์ชัน

1) $\{(0, 1), (0, 2), (2, 1), (1, 3)\}$ 2) $\{(0, 2), (1, 1), (2, 2), (3, 0)\}$

3) $\{(1, 1), (2, 0), (2, 3), (3, 1)\}$ 4) $\{(1, 2), (0, 3), (1, 3), (2, 2)\}$

2. ความสัมพันธ์ในข้อใดเป็นฟังก์ชัน

1) $\{(1, 2), (2, 3), (3, 2), (2, 4)\}$ 2) $\{(1, 2), (2, 3), (3, 1), (3, 3)\}$

3) $\{(1, 3), (1, 2), (1, 1), (1, 4)\}$ 4) $\{(1, 3), (2, 1), (3, 3), (4, 1)\}$

3. กำหนดให้ $A = \{a, b, c\}$ และ $B = \{0, 1\}$ ฟังก์ชันในข้อใดต่อไปนี้ เป็นฟังก์ชันจาก B ไป A

1) $\{(a, 1), (b, 0), (c, 1)\}$ 2) $\{(0, b), (1, a), (1, c)\}$

3) $\{(b, 1), (c, 0)\}$ 4) $\{(0, c), (1, b)\}$

4. กำหนดให้ $A = \{1, 2\}$ และ $B = \{a, b\}$ คู่อันดับในข้อใดต่อไปนี้ เป็นสมาชิกของผลคูณคาร์ทีเซียน $A \times B$

1) (2, b) 2) (b, a) 3) (a, 1) 4) (1, 2)

5. ให้ $A = \{1, 99\}$ ความสัมพันธ์ใน A ในข้อใด**ไม่เป็น**ฟังก์ชัน

1) เท่ากัน 2) ไม่เท่ากัน 3) หารลงตัว 4) หารไม่ลงตัว

6. กำหนดให้ $f(x) = -x^2 + 4x - 10$ ข้อความใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

1) f มีค่าต่ำสุดเท่ากับ 6 2) f ไม่มีค่าสูงสุด

3) f มีค่าสูงสุดเท่ากับ 6 4) $f\left(\sqrt{\frac{9}{2}}\right) < -6$

7. ถ้า P เป็นจุดวกกลับของพาราโบลา $y = -x^2 + 12x - 38$ และ O เป็นจุดกำเนิดแล้วระยะทางระหว่างจุด P และจุด O เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $\sqrt{10}$ หน่วย 2) $2\sqrt{10}$ หน่วย 3) $\sqrt{13}$ หน่วย 4) $2\sqrt{13}$ หน่วย

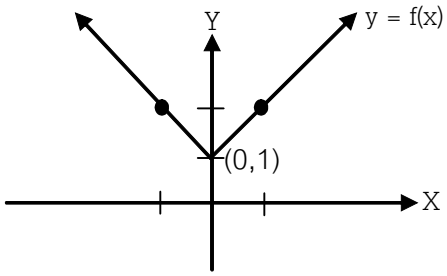
8. ถ้า $A = \{1, 2, 3, 4\}$ และ $r = \{(m, n) \in A \times A \mid m \le n\}$ แล้วจำนวนสมาชิกในความสัมพันธ์ r เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 8 2) 10 3) 12 4) 16

9. กำหนดให้ $r = \{(a, b) \mid a \in A, b \in B$ และ b หารด้วย a ลงตัว$\}$ ถ้า $A = \{2, 3, 5\}$ แล้วความสัมพันธ์ r จะเป็นฟังก์ชัน เมื่อ B เท่ากับเซตใดต่อไปนี้

1) $\{3, 4, 10\}$ 2) $\{2, 3, 15\}$ 3) $\{0, 3, 10\}$ 4) $\{4, 5, 9\}$

10. ฟังก์ชัน $y = f(x)$ ในข้อใดมีกราฟดังรูปต่อไปนี้



1) $f(x) = 1 - |x|$ 2) $f(x) = 1 + |x|$ 3) $f(x) = |1 - x|$ 4) $f(x) = |1 + x|$

11. พาราโบลารูปหนึ่งมีเส้นสมมาตรขนานกับแกน Y และมีจุดสูงสุดอยู่ที่จุด (a, b) ถ้าพาราโบลารูปนี้ตัดแกน X ที่จุด (−1, 0) และ (5, 0) แล้ว a มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 0 2) 1 3) 2 4) 3

12. กราฟของฟังก์ชันในข้อใดต่อไปนี้ ตัดแกน X มากกว่า 1 จุด

1) $y = 1 + x^2$ 2) $y = |x| - 2$ 3) $y = |x - 1|$ 4) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

13. ถ้ากราฟของ $y = x^2 - 2x - 8$ ตัดแกน X ที่จุด A, B และ มี C เป็นจุดวกกลับแล้วรูปสามเหลี่ยม ABC มีพื้นที่เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 21 ตารางหน่วย 2) 24 ตารางหน่วย 3) 27 ตารางหน่วย 4) 30 ตารางหน่วย

14. ทุก x ในช่วงใดต่อไปนี้ที่กราฟ $y = -4x^2 - 5x + 6$ อยู่เหนือแกน X

1) $\left(-\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}\right)$ 2) $\left(-\frac{5}{2}, -\frac{3}{2}\right)$ 3) $\left(\frac{1}{4}, \frac{6}{7}\right)$ 4) $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$

15. ถ้าเส้นตรง $x = 3$ เป็นเส้นสมมาตรของกราฟของฟังก์ชัน $f(x) = -x^2 + (k + 5)x + (k^2 - 10)$ เมื่อ k เป็นจำนวนจริง แล้ว f มีค่าสูงสุดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) −4 2) 0 3) 6 4) 14

16. กำหนดให้ $f(x) = x^2 - 2x - 15$ ข้อใดต่อไปนี้**ผิด**

1) $f(x) \geq -17$ ทุกจำนวนจริง x 2) $f(-3 - \sqrt{2} - \sqrt{3}) > 0$

3) $f(1 + \sqrt{3} + \sqrt{5}) = f(1 - \sqrt{3} - \sqrt{5})$ 4) $f(-1 + \sqrt{3} + \sqrt{5}) > f(-1 - \sqrt{3} - \sqrt{5})$

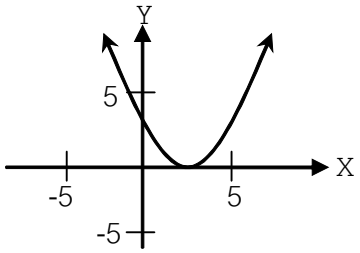
17. จำนวนในข้อใดต่อไปนี้เป็นสมาชิกของโดเมนของฟังก์ชัน $y = \frac{x}{x^2 + 3x + 2} + \frac{2x - 1}{x^2 - 1}$

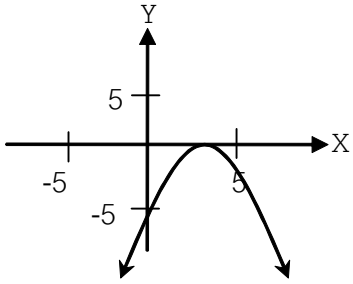
1) −2 2) −1 3) 0 4) 1

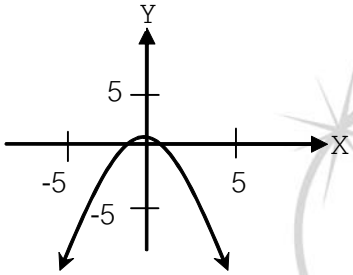
18. ค่าของ a ที่ทำให้กราฟของฟังก์ชัน $y = a(2^x)$ ผ่านจุด (3, 16) คือข้อใดต่อไปนี้

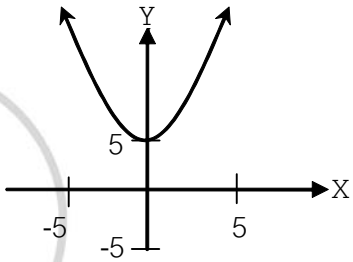
1) 2 2) 3 3) 4 4) 5

19. เมื่อเขียนกราฟของ $y = ax^2 + bx + c$ โดยที่ $a \neq 0$ เพื่อหาคำตอบของสมการ $ax^2 + bx + c = 0$ กราฟในข้อใดต่อไปนี้แสดงว่าสมการไม่มีคำตอบที่เป็นจำนวนจริง

1) 

2) 

3) 

4) 

20. ถ้า $f(x) = -x^2 + x + 2$ แล้วข้อสรุปใด**ถูกต้อง**

1) $f(x) \geq 0$ เมื่อ $-1 \leq x \leq 2$
2) จุดวกกลับของกราฟของฟังก์ชัน f อยู่ในจตุภาคที่สอง
3) ฟังก์ชัน f มีค่าสูงสุดเท่ากับ 2
4) ฟังก์ชัน f มีค่าต่ำสุดเท่ากับ 2

21. ถ้า $f(x) = \sqrt{3 - x}$ และ $g(x) = -2 + |x - 4|$ แล้ว $D_f \cup R_g$ คือข้อใด

1) $(-\infty, 3]$ 2) $[-2, \infty)$ 3) $[-2, 3]$ 4) $(-\infty, \infty)$

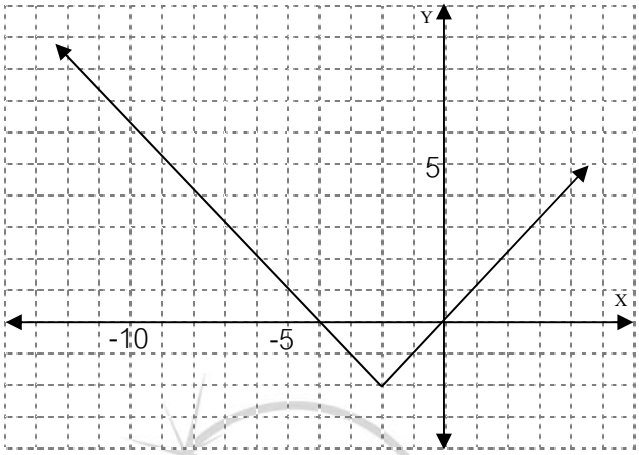
22. ถ้า $f(x) = 3 - \sqrt{4 - x^2}$ แล้ว ข้อใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

1) $D_f = [-2, 2]$ และ $R_f = [0, 3]$ 2) $D_f = [-2, 2]$ และ $R_f = [1, 3]$
3) $D_f = [0, 2]$ และ $R_f = [0, 3]$ 4) $D_f = [0, 2]$ และ $R_f = [1, 3]$

23. ถ้า $f(x - 2) = 2x - 1$ แล้ว $f(x^2)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $2x^2 - 1$ 2) $2x^2 + 1$ 3) $2x^2 + 3$ 4) $2x^2 + 9$

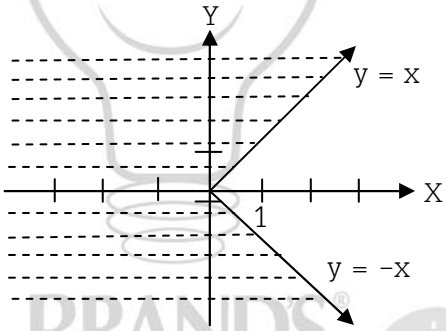
24. กำหนดให้กราฟของฟังก์ชัน f เป็นดังนี้



ค่าของ $11f(-11) - 3f(-3)f(3)$ คือข้อใด

1) 57 2) 68 3) 75 4) 86

25. ข้อใดต่อไปนี้เป็นความสัมพันธ์ที่มีกราฟเป็นบริเวณที่แรเงา



1) $\{(x, y) \mid |y| \geq x\}$ 2) $\{(x, y) \mid |y| \leq x\}$ 3) $\{(x, y) \mid y \geq |x|\}$ 4) $\{(x, y) \mid y \leq |x|\}$

26. พาราโบลาหนึ่งเป็นกราฟของฟังก์ชัน $f(x) = 2x^2 - 4x - 6$ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. พาราโบลารูปนี้มีแกนสมมาตรคือเส้นตรง $x = -1$

ข. พาราโบลารูปนี้มีจุดวกกลับอยู่ในจตุภาคที่สี่

ข้อใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

1) ก. ถูก และ ข. ถูก 2) ก. ถูก และ ข. ผิด

3) ก. ผิด และ ข. ถูก 4) ก. ผิด และ ข. ผิด

27. ถ้า $f = \{(1, 0), (2, 1), (3, 5), (4, 3), (5, 2)\}$ แล้ว $f(2) + f(3)$ มีค่าเท่าใด

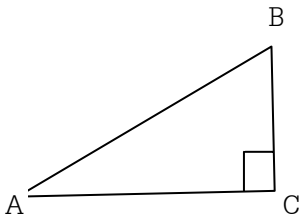
28. กำหนดให้ $n(A)$ แทนจำนวนสมาชิกของเซต A

ถ้า $r_1 = \{(-1, -2), (0, -1), (1, 2), (2, -3), (3, 4)\}$

$r_2 = \{(x, y) \mid |y + 1| = x\}$

แล้ว $n(r_1 \cap r_2)$ เท่ากับเท่าใด

อัตราส่วนตรีโกณมิติ



$\overline{AB}$ คือ ด้านตรงข้ามมุมฉาก (ฉาก)

$\overline{AC}$ คือ ด้านประชิดมุม A (ชิด)

$\overline{BC}$ คือ ด้านตรงข้ามมุม A (ข้าม)

เราจะเรียกอัตราส่วนต่างๆ ดังนี้

1. $\frac{BC}{AB}$ คือ ไซน์ (sine) ของมุม A เขียนย่อว่า sin A
2. $\frac{AC}{AB}$ คือ โคไซน์ (cosine) ของมุม A เขียนย่อว่า cos A
3. $\frac{BC}{AC}$ คือ แทนเจนต์ (tangent) ของมุม A เขียนย่อว่า tan A
4. $\frac{AB}{BC}$ คือ โคซีแคนต์ (cosecant) ของมุม A เขียนย่อว่า cosec A
5. $\frac{AB}{AC}$ คือ ซีแคนต์ (secant) ของมุม A เขียนย่อว่า sec A
6. $\frac{AC}{BC}$ คือ โคแทนเจนต์ (cotangent) ของมุม A เขียนย่อว่า cot A

โดย 1. $\sin A = \dfrac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \dfrac{\text{ข้าม}}{\text{ฉาก}}$

2. $\cos A = \dfrac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}} = \dfrac{\text{ชิด}}{\text{ฉาก}}$

3. $\tan A = \dfrac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}} = \dfrac{\text{ข้าม}}{\text{ชิด}}$

4. $\text{cosec } A = \dfrac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}} = \dfrac{\text{ฉาก}}{\text{ข้าม}}$

5. $\sec A = \dfrac{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุมฉาก}}{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}} = \dfrac{\text{ฉาก}}{\text{ชิด}}$

6. $\cot A = \dfrac{\text{ความยาวของด้านประชิดมุม A}}{\text{ความยาวของด้านตรงข้ามมุม A}} = \dfrac{\text{ชิด}}{\text{ข้าม}}$

ค่าของอัตราส่วนตรีโกณมิติ

ขนาดของมุม / มุม	π (0°)	$\frac{\pi}{6}$ (30°)	$\frac{\pi}{4}$ (45°)	$\frac{\pi}{3}$ (60°)	$\frac{\pi}{2}$ (90°)
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan\theta$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	หาค่าไม่ได้

ความสัมพันธ์ระหว่าง $\sin\theta$, $\cos\theta$, $\tan\theta$, $\operatorname{cosec}\theta$, $\sec\theta$ และ $\cot\theta$

1. $\operatorname{cosec}\theta = \frac{1}{\sin\theta}$
2. $\sec\theta = \frac{1}{\cos\theta}$
3. $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$
4. $\cot\theta = \frac{1}{\tan\theta}$
5. $\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$
6. $\tan^2\theta + 1 = \sec^2\theta$
7. $1 + \cot^2\theta = \operatorname{cosec}^2\theta$

สูตรการหาความสัมพันธ์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติเพิ่มเติม

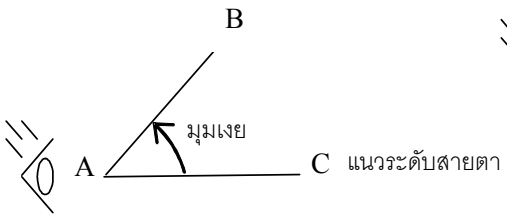
$\sin(\pi - \theta) = \sin\theta$	$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos\theta$
$\sin(\pi + \theta) = -\sin\theta$	$\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\cos\theta$
$\cos(\pi - \theta) = \cos\theta$	$\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \sin\theta$
$\cos(\pi + \theta) = -\cos\theta$	$\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) = -\sin\theta$

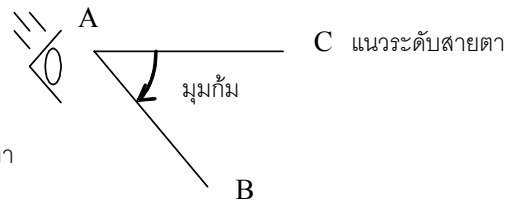
การประยุกต์ของอัตราส่วนตรีโกณมิติ

เส้นระดับสายตา คือ เส้นตรงที่ขนานกับผิวน้ำทะเลหรือขนานกับพื้นราบ

มุมเงย (Angle of Elevation) คือ มุมที่วัดสูงกว่าระดับสายตาขึ้นไป

มุมก้ม (Angle of Depression) คือ มุมที่วัดต่ำกว่าระดับสายตาลงมา





ตัวอย่างข้อสอบ

1. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุม B เป็นมุมฉาก มีมุม A เท่ากับ 30° และมีพื้นที่เท่ากับ $24\sqrt{3}$ ตารางหน่วย ความยาวของด้าน AB เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 12 หน่วย 2) 14 หน่วย 3) 16 หน่วย 4) 18 หน่วย

2. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุม C เป็นมุมฉาก มีด้าน BC ยาวเท่ากับ $10\sqrt{3}$ หน่วย และด้าน AB ยาวเท่ากับ 20 หน่วย ถ้าลากเส้นตรงจากจุด C ไปตั้งฉากกับด้าน AB ที่จุด D แล้ว จะได้ว่าด้าน CD ยาวเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $5\sqrt{2}$ หน่วย 2) $5\sqrt{3}$ หน่วย 3) $10\sqrt{2}$ หน่วย 4) $10\sqrt{3}$ หน่วย

3. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีพื้นที่เท่ากับ 15 ตารางหน่วย และมีมุม C เป็นมุมฉาก ถ้า sin B = 3 sin A แล้วด้าน AB ยาวเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 5 หน่วย 2) $5\sqrt{3}$ หน่วย 3) $5\sqrt{2}$ หน่วย 4) 10 หน่วย

4. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุม C เป็นมุมฉาก และด้าน BC ยาว 6 นิ้ว ถ้า D เป็นจุดบน ด้าน AC โดยที่ $B\hat{D}C = 70°$ และ $A\hat{B}D = 10°$ แล้วด้าน AB ยาวเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $4\sqrt{3}$ นิ้ว 2) $5\sqrt{3}$ นิ้ว 3) 8 นิ้ว 4) 10 นิ้ว

5. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยม ซึ่งมีมุม A เป็นมุมฉาก และมีมุม B = 30° ถ้า D และ E เป็นจุดบนด้าน AB และ BC ตามลำดับ ซึ่งทำให้ DE ขนานกับ AC โดยที่ DE ยาว 5 หน่วย และ EC ยาว 6 หน่วย แล้ว AC ยาวเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 7.5 หน่วย 2) 8 หน่วย 3) 8.5 หน่วย 4) 9 หน่วย

6. วงกลมวงหนึ่งมีรัศมี 6 หน่วย และ A, B, C เป็นจุดบนเส้นรอบวงของวงกลม ถ้า AB เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม และ $C\hat{A}B = 60°$ แล้วพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

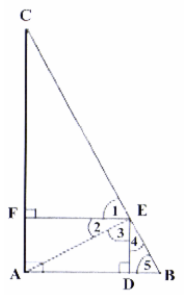
1) $15\sqrt{3}$ ตารางหน่วย 2) $16\sqrt{3}$ ตารางหน่วย
3) $17\sqrt{3}$ ตารางหน่วย 4) $18\sqrt{3}$ ตารางหน่วย

7. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มีมุม C เป็นมุมฉาก และ $\cos B = \frac{2}{3}$ ถ้าด้าน BC ยาว 1 หน่วย แล้วพื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ตารางหน่วย 2) $\frac{\sqrt{5}}{4}$ ตารางหน่วย 3) $\frac{\sqrt{5}}{3}$ ตารางหน่วย 4) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ตารางหน่วย

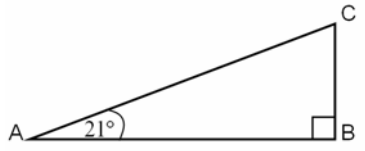
8. กำหนดให้ ABCD เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าซึ่งมีพื้นที่เท่ากับ 12 ตารางหน่วย และ $\tan A\hat{B}D = \frac{1}{3}$ ถ้า AE ตั้งฉากกับ BD ที่จุด E แล้ว AE ยาวเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $\frac{\sqrt{10}}{3}$ หน่วย 2) $\frac{2}{5}\sqrt{10}$ หน่วย 3) $\frac{\sqrt{10}}{2}$ หน่วย 4) $\frac{3}{5}\sqrt{10}$ หน่วย

9. 

พิจารณารูปสามเหลี่ยมต่อไปนี้ โดยที่ $C\hat{F}E$, $C\hat{A}B$, $A\hat{E}B$ และ $E\hat{D}B$ ต่างเป็นมุมฉาก ข้อใดต่อไปนี้**ผิด**

1) $\sin(\hat{1}) = \sin(\hat{5})$
2) $\cos(\hat{3}) = \cos(\hat{5})$
3) $\sin(\hat{2}) = \cos(\hat{4})$
4) $\cos(\hat{2}) = \sin(\hat{3})$

10. 

จากรูป ข้อสรุปใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

1) $\sin 21° = \cos 69°$
2) $\sin 21° = \cos 21°$
3) $\cos 21° = \tan 21°$
4) $\tan 21° = \cos 69°$

11. ข้อใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

1) $\sin 30° < \sin 45°$ 2) $\cos 30° < \cos 45°$ 3) $\tan 45° < \cot 45°$ 4) $\tan 60° < \cot 60°$

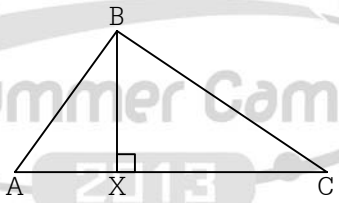
12. กำหนดให้ตาราง A ตาราง B และตาราง C เป็นตารางหาอัตราส่วนตรีโกณมิติของมุมขนาดต่างๆ ดังนี้

ตาราง A	
θ	$\sin\theta$
40°	0.643
41°	0.656
42°	0.669

ตาราง B	
θ	$\cos\theta$
40°	0.766
41°	0.755
42°	0.743

ตาราง C	
θ	$\tan\theta$
40°	0.839
41°	0.869
42°	0.900

ถ้ารูปสามเหลี่ยม ABC มีมุม B เป็นมุมฉาก มุม C มีขนาด 41° และส่วนสูง BX ยาว 1 หน่วย แล้วความยาวของส่วนของเส้นตรง AX เป็นดังข้อใดต่อไปนี้



1) ปรากฏอยู่ในตาราง A
2) ปรากฏอยู่ในตาราง B
3) ปรากฏอยู่ในตาราง C
4) ไม่ปรากฏอยู่ในตาราง A, B และ C

13. มุมมุมหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากมีขนาดเท่ากับ 60 องศา ถ้าเส้นรอบรูปของรูปสามเหลี่ยมนี้ยาว $3 - \sqrt{3}$ ฟุตแล้ว ด้านที่ยาวเป็นอันดับสองมีความยาวเท่ากับข้อใด

1) $2 - \sqrt{3}$ ฟุต 2) $2 + \sqrt{3}$ ฟุต 3) $2\sqrt{3} - 3$ ฟุต 4) $2\sqrt{3} + 3$ ฟุต

14. [illegible]

θ	sinθ	cosθ
72°	0.951	0.309
73°	0.956	0.292
74°	0.961	0.276
75°	0.966	0.259

[illegible]

1) 15° 2) 16° 3) 17° 4) 18°

15. [illegible]

1) 1.00 [illegible] 2) 1.46 [illegible] 3) 2.00 [illegible] 4) 3.46 [illegible]

16. [illegible] B = A + C [illegible] 20° [illegible]

1) 80 [illegible] 2) 100 [illegible] 3) 120 [illegible] 4) 140 [illegible]

17. [illegible]

1) 10 2) 12 3) 14 4) 16

18. [illegible]

1) 10 2) $\sqrt{10}$ 3) $10\sqrt{3}$ 4) 20

19. [illegible] $A = \frac{12}{5}$ [illegible] 16 cosec A + 12 sec A [illegible]

20. [illegible] cos A $\frac{3}{5}$ [illegible] cos(B−A) [illegible]

21. [illegible] $\cos^2\theta + \cos\theta = 1$ [illegible] $0 \le \theta \le 90°$ [illegible]

22. cosec 38 $\left(\frac{\sin 31 + \sin 35}{\cos 31 + \cos 59}\right)$ tan 55 [illegible]

23. [illegible] BAD = ACD [illegible]

ลำดับและอนุกรม

ลำดับ

ลำดับ (Sequences) คือ ฟังก์ชันที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวกที่เรียงจากน้อยไปหามาก

1. ลำดับจำกัด คือ ลำดับที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก n ตัวแรก $\{1, 2, 3, ..., n\}$
2. ลำดับอนันต์ คือ ลำดับที่มีโดเมนเป็นเซตของจำนวนเต็มบวก $\{1, 2, 3, ...\}$

การเขียนลำดับจะเขียนเฉพาะสมาชิกที่เป็นเรนจ์เรียงกัน เช่น $a_1, a_2, a_3, ..., a_n$ เรียก a_n ว่าพจน์ที่ n หรือพจน์ทั่วไป

ลำดับเลขคณิต คือ ลำดับที่มีผลต่าง ซึ่งได้จากพจน์ที่ n + 1 ลบด้วยพจน์ที่ n ได้ค่าคงตัว เรียกค่าคงตัวนี้ว่า "ผลต่างร่วม" (d)

และ โดย $a_n = a_1 + (n - 1)d$

เมื่อ $d = a_{n+1} - a_n$

ลำดับเรขาคณิต คือ ลำดับที่มีอัตราส่วนของพจน์ที่ n + 1 ต่อพจน์ที่ n ได้ค่าคงตัว เรียกค่าคงตัวนี้ว่า "อัตราส่วนร่วม" (r)

และ โดย $a_n = a_1 r^{n-1}$

เมื่อ $r = \dfrac{a_{n+1}}{a_n}$

อนุกรม

อนุกรม (Series) คือ ผลบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับ

ให้ S_n แทนผลบวก n พจน์แรกของอนุกรม

เช่น
$$\begin{aligned} S_1 &= a_1 \\ S_2 &= a_1 + a_2 \\ S_3 &= a_1 + a_2 + a_3 \\ \vdots &= \vdots \\ S_n &= a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_n \end{aligned}$$

อนุกรมเลขคณิต คือ อนุกรมที่ได้จากการบวกกันของลำดับเลขคณิต

1. $S_n = \dfrac{n}{2}[2a_1 + (n - 1)d]$
2. $S_n = \dfrac{n}{2}[a_1 + a_n]$

อนุกรมเรขาคณิต คือ อนุกรมที่ได้จากการบวกกันของลำดับเรขาคณิต

1. $S_n = \dfrac{a_1(1-r^n)}{1-r}$ เมื่อ $r \neq 1$ และ $r < 1$ หรือ $S_n = \dfrac{a_1(r^n-1)}{r-1}$ เมื่อ $r \neq 1$ และ $r > 1$

2. $S_n = \dfrac{a_1 - a_n r}{1-r}$ เมื่อ $r \neq 1$ และ $r < 1$ หรือ $S_n = \dfrac{a_n r - a_1}{r-1}$ เมื่อ $r \neq 1$ และ $r > 1$

สัญลักษณ์แทนการบวก

ถ้า $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_N$ เป็นค่าข้อมูลชุดหนึ่ง

$\sum_{i=1}^{N} x_1$ คือ ผลรวมของค่าทุกตัวของข้อมูล

1. $\sum_{i=1}^{N} c = cN$ เมื่อ c เป็นค่าคงตัว

2. $\sum_{i=1}^{N} x_1 = x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_N = \dfrac{N(N+1)}{2}$

3. $\sum_{i=1}^{N} x_1^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \ldots + x_N^2 = \dfrac{N(N+1)(2N+1)}{6}$

4. $\sum_{i=1}^{N} x_1^3 = x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 + \ldots + x_N^3 = \dfrac{N^2(N+1)^2}{4}$

5. $\sum_{i=1}^{N} cx_1 = cx_1 + cx_2 + cx_3 + \ldots + cx_N = c\sum_{i=1}^{N} x_1 = c\dfrac{N(N+1)}{2}$

6. $\sum_{i=1}^{N} (x_1 + y_1) = \sum_{i=1}^{N} x_1 + \sum_{i=1}^{N} y_1$

ตัวอย่างข้อสอบ

1. ลำดับเรขาคณิตข้อใดต่อไปนี้มีอัตราส่วนร่วมอยู่ในช่วง (0.3, 0.5)

1) $3, \frac{5}{4}, \frac{25}{48}, \ldots$ 2) $2, \frac{4}{3}, \frac{8}{9}, \ldots$ 3) $4, 3, \frac{9}{4}, \ldots$ 4) $5, 4, \frac{16}{5}, \ldots$

2. ถ้าผลบวกของ n พจน์แรกของอนุกรมหนึ่ง คือ $S_n = 3n^2 + 2$ แล้วพจน์ที่ 10 ของอนุกรมนี้มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 57 2) 82 3) 117 4) 302

3. $\sum_{k=1}^{50} (1 + (-1)^k)k$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 1300 2) 1350 3) 1400 4) 1450

4. ป้าจุ๊เริ่มขายขนมครกในวันที่ 3 มกราคม ในวันแรกขายได้กำไร 100 บาท และวันต่อๆ ไปจะขายได้กำไรเพิ่มขึ้นจากวันแรกก่อนหน้าวันละ 10 บาททุกวัน ข้อใดต่อไปนี้เป็นวันที่ของเดือนมกราคมที่ป้าจุ๊ขายได้กำไรเฉพาะในวันนั้น 340 บาท

1) วันที่ 24 2) วันที่ 25 3) วันที่ 26 4) วันที่ 27

5. ถ้าผลบวกและผลคูณของสามพจน์แรกของลำดับเลขคณิตที่มี d เป็นผลต่างร่วมเท่ากับ 15 และ 80 ตามลำดับ แล้ว d^2 มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 1 2) 4 3) 9 4) 16

6. ถ้า a เป็นจำนวนจริงลบ และ $a^{20} + 2a - 3 = 0$ แล้ว $1 + a + a^2 + \ldots + a^{19}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) –2 2) –3 3) –4 4) –5

7. กำหนดให้ $a_1, a_2, a_3, \ldots$ เป็นลำดับเลขคณิตซึ่ง $a_{30} - a_{10} = 30$ แล้ว ผลต่างร่วมของลำดับเลขคณิตนี้ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 1.25 2) 1.5 3) 1.75 4) 2.0

8. ลำดับในข้อใดต่อไปนี้เป็นลำดับเรขาคณิต

1) $a_n = 2^n \cdot 3^{2n}$ 2) $a_n = 2^n + 4^n$ 3) $a_n = 3^{n^2}$ 4) $a_n = (2n)^n$

9. พจน์ที่ 16 ของลำดับเรขาคณิต $\frac{1}{625}, \frac{1}{125\sqrt{5}}, \frac{1}{125}, \ldots$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $25\sqrt{5}$ 2) 125 3) $125\sqrt{5}$ 4) 625

10. กำหนดให้ S = {101, 102, 103, ..., 999} ถ้า a เท่ากับผลบวกของจำนวนคี่ทั้งหมดใน S และ b เท่ากับผลบวกของจำนวนคู่ทั้งหมดใน S แล้ว b – a มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) –550 2) –500 3) –450 4) 450

11. พจน์ที่ 31 ของลำดับเลขคณิต $-\frac{1}{20}, -\frac{1}{30}, -\frac{1}{60}, \ldots$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $\frac{5}{12}$ 2) $\frac{13}{30}$ 3) $\frac{9}{20}$ 4) $\frac{7}{15}$

12. ผลบวกของอนุกรมเรขาคณิต $1 - 2 + 4 - 8 + \ldots + 256$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) –171 2) –85 3) 85 4) 171

13. ถ้า $a_1, a_2, a_3, \ldots$ เป็นลำดับเลขคณิตซึ่ง $a_2 + a_3 + a_4 + \ldots + a_9 = 100$ แล้ว $S_{10} = a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_{10}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 120 2) 125 3) 130 4) 135

14. ลำดับเลขคณิตในข้อใดต่อไปนี้มีบางพจน์เท่ากับ 40

1) $a_n = 1 - 2n$ 2) $a_n = 1 + 2n$ 3) $a_n = 2 - 2n$ 4) $a_n = 2 + 2n$

15. กำหนดให้ a_1, a_2, a_3 เป็นลำดับเรขาคณิต โดยที่ $a_1 = 2$ และ $a_3 = 200$ ถ้า a_2 คือค่าในข้อใดข้อหนึ่งต่อไปนี้ แล้วข้อดังกล่าวคือข้อใด

1) −20 2) −50 3) 60 4) 100

16. ข้อใดต่อไปนี้เป็นอนุกรมเรขาคณิตที่มี 100 พจน์

1) $1 + 3 + 5 + \ldots + (2n - 1) + \ldots + 199$

2) $1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \ldots + \frac{1}{(2n-1)} + \ldots + \frac{1}{199}$

3) $1 + 2 + 4 + \ldots + (2^{n-1}) + \ldots + 2^{199}$

4) $\frac{1}{5} + \frac{1}{125} + \frac{1}{3125} + \ldots + \frac{1}{5^{2n-1}} + \ldots + \frac{1}{5^{199}}$

17. ค่าของ $1 + 6 + 11 + 16 + \ldots + 101$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 970 2) 1020 3) 1050 4) 1071

18. กำหนดให้ $\frac{3}{2}$, 1, $\frac{1}{2}$, ... เป็นลำดับเลขคณิต ผลบวกของพจน์ที่ 40 และพจน์ที่ 42 เท่ากับข้อใด

1) −18 2) −19 3) −37 4) −38

19. ใน 40 พจน์แรกของลำดับ a_n พจน์แรกของลำดับ $a_b = 3 + (-1)^n$ มีกี่พจน์ ที่มีค่าเท่ากับพจน์ที่ 40

1) 10 2) 20 3) 30 4) 40

20. กำหนดให้ a_1, a_2, a_3, ... เป็นลำดับเรขาคณิต ถ้า $a_2 = 8$ และ $a_5 = -64$ แล้วผลบวกของ 10 พจน์แรกของลำดับนี้เท่ากับข้อใด

1) 2048 2) 1512 3) 1364 4) 1024

21. ลำดับเรขาคณิตหนึ่งมีผลบวกและผลคูณของ 3 พจน์แรกเป็น 13 และ 27 ตามลำดับ ถ้า r เป็นอัตราส่วนร่วมของลำดับนี้แล้ว $r + \frac{1}{r}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $\frac{10}{3}$ 2) $\frac{7}{3}$ 3) $\frac{4}{3}$ 4) $\frac{1}{3}$

22. กำหนดให้ S_n เป็นผลบวก n พจน์แรกของลำดับเลขคณิต a_1 , a_2 , a_3 , ... ถ้า $S_n = 90$ และ $S_{10} = 5$ แล้ว a_{11} มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) −39 2) −38 3) −37 4) −36

23. ในสวนป่าแห่งหนึ่ง เจ้าของปลูกต้นยูคาลิปตัสเป็นแถวดังนี้ แถวแรก 12 ต้น แถวที่สอง 14 ต้น แถวที่สาม 16 ต้น โดยปลูกเพิ่มเช่นนี้ ตามลำดับเลขคณิต ถ้าเจ้าของปลูกต้นยูคาลิปตัสไว้ทั้งหมด 15 แถว จะมีต้นยูคาลิปตัสในสวนป่านี้ทั้งหมดกี่ต้น

24. ลำดับเลขคณิต −43, −34, −25, ... มีพจน์ที่มีค่าน้อยกว่า 300 อยู่กี่พจน์

25. ผลบวกของอนุกรมเลขคณิต $1 + (-2) + 4 + (-8) + \ldots + 256$ เท่ากับเท่าใด

ความน่าจะเป็น

กฎการนับเบื้องต้น

1. กฎการคูณ ถ้าต้องการทำงาน k อย่าง โดยที่งานอย่างแรกทำได้ n_1 วิธี และในแต่ละวิธีเลือกทำงานอย่างแรกนี้มีวิธีทำงานอย่างที่สองได้ n_2 วิธี และในแต่ละวิธีที่เลือกทำงานอย่างแรกและทำงานอย่างที่สองมีวิธีที่จะเลือกทำงานอย่างที่สามได้ n_3 วิธี ฯลฯ

จำนวนวิธีทั้งหมดที่จะเลือกทำงานทั้ง k อย่างเท่ากับ $n_1 + n_2 + n_3 + \ldots + n_k$ วิธี

2. กฎการบวก ถ้าต้องการทำงานอย่างใดอย่างหนึ่งใน k อย่าง โดยที่อย่างแรกทำได้ n_1 วิธี อย่างที่สองทำได้ n_2 แตกต่างจากวิธีต่างๆ ที่ทำงานอย่างแรก อย่างที่สามทำได้ n_3 วิธี แตกต่างจากวิธีต่างๆ ที่ทำในงานสองอย่างแรก ฯลฯ

จำนวนวิธีที่จะเลือกทำงานอย่างใดอย่างหนึ่งใน k อย่าง เท่ากับ $n_1 \times n_2 \times n_3 \times \ldots \times n_k$ วิธี

ความน่าจะเป็น

1. ถ้าแซมเปิลสเปซ S มีสมาชิก n(S) ตัว ซึ่งมีโอกาสเกิดขึ้นเท่าๆ กัน และเป็นเหตุการณ์ใน E ซึ่งมีสมาชิก n(E) ตัว

ความน่าจะเป็นของ E เท่ากับ $P(E) = \dfrac{n(E)}{n(S)}$

2. สมบัติของความน่าจะเป็น
   1. $0 \le P(E) \le 1$
   2. ถ้า A, B และ C เป็นเหตุการณ์ใดๆ ใน S

      จะได้
      - $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
      - $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ เมื่อ A และ B ไม่เกิดเหตุการณ์ร่วมกัน $A \cap B = \phi$
      - $P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$
3. ถ้า E เป็นเหตุการณ์ใน S และ E′ เป็นเหตุการณ์ตรงข้าม แล้ว

$P(E) = 1 - P(E')$

ตัวอย่างข้อสอบ

1. ข้อสอบชุดหนึ่งมีสองตอน ตอนที่หนึ่งมี 5 ข้อ ให้เลือกตอบว่าจริงหรือเท็จ ตอนที่สองมี 5 ข้อ เป็นข้อสอบแบบ 4 ตัวเลือก ถ้าต้องตอบข้อสอบชุดนี้ทุกข้อโดยไม่เว้นแล้ว จะมีวิธีตอบข้อสอบชุดนี้ได้ต่างๆ กันทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $5^2 \times 5^4$ วิธี 2) $2^5 \times 5^4$ วิธี 3) $2^5 \times 4^5$ วิธี 4) $5^2 \times 4^5$ วิธี

2. ในการออกรางวัลแต่ละงวดของกองสลาก ความน่าจะเป็นที่รางวัลเลขท้าย 2 ตัว จะออกหมายเลขที่มีหลักหน่วยเป็นเลขคี่ และหลักสิบมากกว่าหลักหน่วยอยู่ 1 เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 0.04 2) 0.05 3) 0.20 4) 0.25

3. ความน่าจะเป็นที่รางวัลเลขท้าย 2 ตัว ของสลากกินแบ่งรัฐบาลจะออกเลขทั้งสองหลักเป็นเลขเดียวกันเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $\frac{1}{10}$ 2) $\frac{2}{10}$ 3) $\frac{1}{9}$ 4) $\frac{2}{9}$

4. โยนลูกเต๋า 3 ลูก ความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋าจะขึ้นแต้มคี่อย่างน้อย 1 ลูก เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $\frac{2}{3}$ 2) $\frac{5}{8}$ 3) $\frac{3}{4}$ 4) $\frac{7}{8}$

5. จากการสำรวจนักเรียนห้องหนึ่งจำนวน 30 คน พบว่า มีนักเรียนไม่ชอบรับประทานปลา 12 คน และชอบรับประทานปลาหรือกุ้ง 23 คน ถ้าสุ่มนักเรียนมา 1 คน แล้วความน่าจะเป็นที่จะได้นักเรียนที่ชอบรับประทานกุ้งเพียงอย่างเดียวมีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $\frac{1}{6}$ 2) $\frac{1}{5}$ 3) $\frac{2}{5}$ 4) $\frac{3}{5}$

6. กล่อง 12 ใบ มีหมายเลขกำกับเป็นเลข 1, 2, ..., 12 และกล่องแต่ละใบบรรจุลูกบอล 4 ลูก เป็นลูกบอลสีดำ สีแดง สีขาว และสีเขียว ถ้าสุ่มหยิบลูกบอลจากกล่องแต่ละใบ ใบละหนึ่งลูกแล้ว ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกบอลสีแดงจากกล่องหมายเลขคี่ และได้ลูกบอลสีดำจากกล่องหมายเลขคู่ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $\left(\frac{1}{12}\right)^2$ 2) $\left(\frac{1}{4}\right)^{12}$ 3) $\left(\frac{1}{2}\right)^{12}$ 4) $\left(\frac{1}{12}\right)^4$

7. ครอบครัวหนึ่งมีพี่น้อง 6 คน เป็นชาย 2 คน หญิง 4 คน จำนวนวิธีที่จะจัดให้คนทั้งหกยืนเรียงกันเพื่อถ่ายรูปโดยให้ชายทั้งสองคนยืนอยู่ริมสองข้างเสมอ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 12 วิธี 2) 24 วิธี 3) 36 วิธี 4) 48 วิธี

8. กำหนดให้ $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{5, 6, ..., 14\}$ และ $r = \{(m, n) | m \in A, n \in B\}$ ถ้าสุ่มหยิบ คู่อันดับ 1 คู่ จากความสัมพันธ์ r แล้ว ความน่าจะเป็นที่จะได้คู่อันดับ (m , n) ซึ่ง 5 หาร n แล้วเลือกเศษ 3 เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $\frac{1}{15}$ 2) $\frac{1}{10}$ 3) $\frac{1}{5}$ 4) $\frac{3}{5}$

9. ช่างไฟคนหนึ่งสุ่มหยิบบันได 1 อัน จากบันได 9 อัน ซึ่งมีความยาว 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 และ 12 ฟุต แล้วนำมาพาดกำแพงโดยให้ปลายด้านหนึ่งห่างจากกำแพง 3 ฟุต ความน่าจะเป็นที่บันไดจะทำมุมกับพื้นราบน้อยกว่า 60 องศา มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $\frac{1}{9}$ 2) $\frac{2}{9}$ 3) $\frac{3}{9}$ 4) $\frac{4}{9}$

10. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. การทดลองสุ่มเป็นการทดลองที่ทราบว่าผลลัพธ์อาจเป็นอะไรได้บ้าง

ข. แต่ละผลลัพธ์ของการทดลองสุ่มมีโอกาสเกิดขึ้นเท่าๆ กัน

ข้อสรุปใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

1) ก. และ ข. ถูก 2) ก. ถูก และ ข. ผิด

3) ก. ผิด และ ข. ถูก 4) ก. และ ข. ผิด

11. โรงเรียนแห่งหนึ่งมีรถโรงเรียน 3 คัน นักเรียน 9 คน กำลังเดินไปขึ้นรถโรงเรียนโดยสุ่ม ความน่าจะเป็นที่ไม่มีนักเรียนคนใดขึ้นรถคันแรกเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $\left(\frac{1}{3}\right)^9$ 2) $\left(\frac{2}{3}\right)^9$ 3) $\left(\frac{1}{9}\right)^9$ 4) $\left(\frac{2}{9}\right)^9$

12. ในการคัดเลือกคณะกรรมการหมู่บ้านซึ่งประกอบด้วยประธานฝ่ายชาย 1 คน ประธานฝ่ายหญิง 1 คน กรรมการฝ่ายชาย 1 คน และกรรมการฝ่ายหญิง 1 คน จากผู้สมัครชาย 4 คน และหญิง 8 คน มีวิธีการเลือกคณะกรรมการได้กี่วิธี

1) 168 วิธี 2) 324 วิธี 3) 672 วิธี 4) 1344 วิธี

13. มาลีต้องการเดินทางจากเมือง A ไปยังเมือง C โดยต้องเดินทางผ่านไปยังเมือง B ก่อนจากเมือง A ไปเมือง B มาลีสามารถเลือกเดินทางโดยรถยนต์ รถไฟ หรือเครื่องบินได้ แต่จากเมือง B ไปเมือง C สามารถเดินทางไปทางเรือ รถยนต์รถไฟ หรือเครื่องบิน ข้อใดต่อไปนี้คือจำนวนวิธีในการเดินทางจากเมือง A ไปยังเมือง C ที่จะต้องเดินทางโดยรถไฟเป็นจำนวน 1 ครั้ง

1) 5 2) 6 3) 8 4) 9

14. โรงแรมแห่งหนึ่งมีห้องว่างชั้นที่หนึ่ง 15 ห้อง ชั้นที่สอง 10 ห้อง ชั้นที่สาม 25 ห้อง ถ้าครูสมใจต้องการเข้าพักในโรงแรมแห่งนี้โดยวิธีสุ่มแล้ว ความน่าจะเป็นที่ครูสมใจจะได้เข้าพักห้องชั้นที่สองของโรงแรมเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $\frac{1}{10}$ 2) $\frac{1}{5}$ 3) $\frac{3}{10}$ 4) $\frac{1}{2}$

15. ในการหยิบบัตรสามใบ โดยหยิบทีละใบจากบัตรสี่ใบ ซึ่งมีหมายเลข 0, 1, 2 และ 3 กำกับ ความน่าจะเป็นที่จะได้ผลรวมของตัวเลขบนบัตรสองใบแรกน้อยกว่าตัวเลข บนบัตรใบที่สามเท่ากับข้อใด

1) $\frac{1}{4}$ 2) $\frac{3}{4}$ 3) $\frac{1}{2}$ 4) $\frac{2}{3}$

16. ทาสีเหรียญสามอันดังนี้ เหรียญแรกด้านหนึ่งทาสีขาว อีกด้านหนึ่งทาสีแดง เหรียญที่สองด้านหนึ่งทาสีแดง อีกด้านหนึ่งทาสีฟ้า เหรียญที่สามด้านหนึ่งทาสีฟ้า อีกด้านหนึ่งทาสีขาว โยนเหรียญทั้งสามขึ้นพร้อมกัน ความน่าจะเป็นที่เหรียญจะขึ้นหน้าต่างสีกันทั้งหมดเป็นดังข้อใด

1) $\frac{1}{2}$ 2) $\frac{1}{4}$ 3) $\frac{1}{8}$ 4) $\frac{1}{16}$

17. กล่องใบหนึ่งบรรจุสลากหมายเลข 1–10 หมายเลขละ 1 ใบ ถ้าสุ่มหยิบสลากจำนวนสองใบ โดยหยิบทีละใบแบบไม่ใส่คืน ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้สลากหมายเลขต่ำกว่า 5 เพียงหนึ่งใบเท่านั้น เท่ากับข้อใด

1) $\frac{2}{9}$ 2) $\frac{8}{15}$ 3) $\frac{2}{35}$ 4) $\frac{11}{156}$

18. ในการวัดส่วนสูงนักเรียนแต่ละคนในชั้น พบว่านักเรียนที่สูงที่สุดสูง 177 เซนติเมตร และนักเรียนที่เตี้ยที่สุดสูง 145 เซนติเมตร พิจารณาเซตของส่วนสูงต่อไปนี้

$S = \{H \mid$ เป็นส่วนสูงในหน่วยเซนติเมตรของนักเรียนในชั้น$\}$

$T = \{H \mid 145 \leq H \leq 177\}$

เซตใดถือเป็นปริภูมิตัวอย่าง (แซมเปิลสเปซ) สำหรับการทดลองสุ่มนี้

1) S และ T 2) S เท่านั้น

3) T เท่านั้น 4) ทั้ง S และ T ไม่เป็นปริภูมิตัวอย่าง

19. ในการเลือกคณะกรรมการชุดหนึ่ง ซึ่งประกอบด้วย ประธาน รองประธาน และเลขานุการอย่างละ 1 คน จากหญิง 6 คน และชาย 4 คน ความน่าจะเป็นที่คณะกรรมการชุดนี้ จะมีประธานและรองประธานเป็นหญิงเท่ากับเท่าใด

1) $\frac{1}{18}$ 2) $\frac{1}{12}$ 3) $\frac{1}{9}$ 4) $\frac{1}{3}$

20. กล่องใบหนึ่งมีลูกบอล 10 ลูก เป็นสีแดง 1 ลูก สีน้ำเงิน 2 ลูก สีขาว 2 ลูก นอกนั้นเป็นสีอื่นๆ ความน่าจะเป็นที่จะหยิบลูกบอล 3 ลูกจากกล่องใบนี้ให้ได้สีแดง 1 ลูก สีน้ำเงิน 1 ลูก และไม่ได้สีขาว เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $\frac{1}{12}$ 2) $\frac{1}{10}$ 3) $\frac{7}{60}$ 4) $\frac{2}{15}$

21. สลากชุดหนึ่งมี 10 ใบ มีหมายเลข 1–10 กำกับ ความน่าจะเป็นที่จะหยิบสลากพร้อมกัน 3 ใบ ให้มีแต้มรวมเป็น 10 และไม่มีสลากใบใดมีหมายเลขสูงกว่า 5 มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $\frac{1}{60}$ 2) $\frac{1}{40}$ 3) $\frac{1}{30}$ 4) $\frac{1}{20}$

22. ตู้นิรภัยมีระบบล็อกที่เป็นรหัสประกอบด้วยตัวเลขโดด 0 ถึง 9 จำนวน 3 หลัก จำนวนรหัสทั้งหมดที่มีบางหลักซ้ำกัน คือข้อใด

23. จำนวนวิธีในการจัดหญิง 3 คน และชาย 3 คน นั่งเรียงกันเป็นแถว โดยให้สามีภรรยาคู่หนึ่งนั่งติดกันเสมอ มีทั้งหมดกี่วิธี

24. ในการเขียนตัวเลข 3 ตัว จากเลขโดด 1 ถึง 7 โดยที่เลขโดดในหลักทั้งสามไม่ซ้ำกันเลย จะมีวิธีเขียนตัวเลขเหล่านี้ที่แสดงจำนวนคี่ได้กี่วิธี

25. มีกล่อง 2 ใบ แต่ละใบมีลูกบอลหมายเลข 1, 2, 3, 4, 5 อยู่อย่างละลูก ถ้าสุ่มหยิบลูกบอลจากกล่องทั้งสองใบนี้ กล่องละลูกแล้ว ความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกบอลหมายเลขต่างกันเท่ากับเท่าใด

26. ถ้านำตัวอักษรทั้งหมดจากคำว่า AVATAR มาจัดเรียงเป็นคำต่างๆ โดยไม่จำเป็นต้องมีความหมาย จะจัดเป็นคำที่**แตกต่าง**กันได้กี่วิธี

27. ต้องการจัดที่นั่งให้ผู้ใหญ่ 3 คน กับเด็ก 4 คน เดินทางด้วยรถยนต์ 7 ที่นั่ง โดยคนขับต้องเป็นผู้ใหญ่ จะมีวิธีการจัดได้กี่วิธี

28. จากการสำรวจนักเรียนกลุ่มหนึ่งจำนวน 100 คน ได้ข้อมูลว่ามีนักเรียนที่สวมรองเท้าขนาดต่างๆ ดังนี้

เบอร์รองเท้า	จำนวนนักเรียน
5	3
6	12
7	35
8	27
9	16
10	7
	รวม 100 คน

ถ้าเลือกนักเรียน 1 คน จากนักเรียนกลุ่มนี้อย่างสุ่ม แล้วความน่าจะเป็นที่จะเลือกได้นักเรียนสวมรองเท้าเบอร์ 6 หรือเบอร์ 7 เท่ากับเท่าใด

29. เสื้อ 50 ตัว บรรจุในกล่องใบหนึ่งมีขนาดและสีต่างๆ เป็นจำนวนตามตารางต่อไปนี้

สี / ขนาด	แดง	เขียว	เหลือง	น้ำเงิน	ส้ม	รวม
S	2	1	2	3	1	9
M	4	5	5	2	3	19
L	3	3	3	4	5	18
XL	1	1	0	1	1	4
รวม	10	10	10	10	10	50

ถ้าสุ่มหยิบเสื้อมา 1 ตัว ความน่าจะเป็นที่จะได้เสื้อสีเขียวขนาด L หรือเสื้อสีส้มขนาด S เท่ากับเท่าใด

สถิติ

สถิติ หมายถึง ตัวเลขที่แทนจำนวนหรือข้อเท็จจริงของสิ่งที่เราศึกษา

สถิติ หมายถึง ศาสตร์ที่ว่าด้วยระเบียบวิธีการทางสถิติ ซึ่งประกอบด้วย

1. การเก็บรวบรวมข้อมูล
2. การนำเสนอข้อมูล
3. การวิเคราะห์ข้อมูล
4. การสรุปและตีความหมายของข้อมูล

ลักษณะของข้อมูล แยกเป็น 2 ประเภท

1. ข้อมูลเชิงปริมาณ
2. ข้อมูลเชิงคุณภาพ

ข้อมูลเบื้องต้นเกี่ยวกับสถิติ

1. **ความถี่** คือ ข้อมูลชุดหนึ่งที่ประกอบด้วยค่าคะแนนสามารถแบ่งออกได้เป็น
   1.1 ข้อมูลไม่แจกแจงความถี่ (ข้อมูลดิบ, ตารางที่ไม่มีช่วงชั้น)
   1.2 ข้อมูลแจกแจงความถี่ (ตารางที่มีช่วงชั้น)

2. **ความถี่สะสม** คือ ผลรวมของความถี่นั้นกับความถี่ของค่าที่น้อยกว่าทั้งหมดหรือสูงกว่าทั้งหมดอย่างใดอย่างหนึ่ง

3. **ขีดจำกัด** คือ ค่ากึ่งกลางระหว่างอันตรภาคชั้นที่อยู่ติดกัน

   3.1 ขีดจำกัดบนของอันตรภาคชั้นใด คือ ค่ากึ่งกลางระหว่างคะแนนที่สูงสุดของอันตรภาคชั้นนั้นกับคะแนนต่ำสุดของอันตรภาคชั้นที่มีคะแนนสูงกว่าที่อยู่ติดกัน

   3.2 ขีดจำกัดล่างของอันตรภาคชั้นใด คือ ค่ากึ่งกลางระหว่างคะแนนต่ำสุดของอันตรภาคชั้นนั้นกับคะแนนสูงสุดของอันตรภาคชั้นที่มีคะแนนต่ำกว่าที่อยู่ติดกัน

4. **ความกว้างของอันตรภาคชั้น** คือ ผลต่างระหว่างขีดจำกัดบนและขีดจำกัดล่างของชั้นนั้น

5. **ค่ากึ่งกลางของอันตรภาคชั้นใด** คือ $\dfrac{\text{ขีดจำกัดบน} + \text{ขีดจำกัดล่าง}}{2}$

6. **พิสัย** คือ $x_{max} - x_{min}$

ค่ากลางของข้อมูล

1. **ค่าเฉลี่ยเลขคณิต** ($\bar{x}$) หาได้จาก $\bar{x} = \dfrac{\sum x}{N}$

2. **มัธยฐาน** (Me) คือ ค่ากลางของข้อมูลซึ่งเมื่อเรียงข้อมูลจากน้อยไปมากหรือจากมากไปน้อย แล้วจำนวนข้อมูลที่น้อยกว่าค่านั้นจะเท่ากับจำนวนข้อมูลที่มากกว่าค่านั้น

3. **ฐานนิยม** (Mo) ข้อมูลที่มีความถี่สูงสุดในข้อมูลชุดนั้น ข้อมูลชุดใดถ้ามีข้อมูลซ้ำกันหรือมีความถี่สูงสุดเพียงจำนวนเดียวจำนวนนั้นเป็นค่าฐานนิยม

ค่ากลางของข้อมูล	กรณีข้อมูลไม่แจกแจงความถี่	กรณีข้อมูลมีการแจกแจงความถี่
ค่าเฉลี่ยเลขคณิต ($\bar{x}$)	$\bar{x} = \frac{\sum x}{N}$	$\bar{x} = \frac{\sum fx}{N}$
มัธยฐาน (Me)	Me = ข้อมูลตำแหน่งที่ $\frac{N+1}{2}$	$Me = L + \left[\frac{\frac{N}{2} - F_M}{f_M}\right] I$
ฐานนิยม (Mo)	Mo = ความถี่ที่มีมากที่สุด	$Mo = L + \left[\frac{d_1}{d_1 + d_2}\right] I$
ควอไทล์	$Q_r = \frac{r(N+1)}{4}$	$Q_r = L + \left[\frac{\frac{rN}{2} - F}{f}\right] I$
เดไซล์	$D_r = \frac{r(N+1)}{10}$	$D_r = L + \left[\frac{\frac{rN}{10} - F}{f}\right] I$
เปอร์ไซล์	$P_r = \frac{r(N+1)}{100}$	$P_r = L + \left[\frac{\frac{rN}{100} - F}{f}\right] I$

หมายเหตุ :

1. ค่าเฉลี่ยสะสม $\bar{x}_{รวม} = N_1\bar{x}_1 + N_2\bar{x}_2 + N_3\bar{x}_3 + ... + N_k\bar{x}_k$
2. L คือ ขีดจำกัดล่างของอันตรภาคชั้นที่มีขีดจำกัดล่างอยู่
3. N คือ จำนวนข้อมูลทั้งหมด
4. F คือ ผลรวมของความถี่ของอันตรภาคชั้นที่มีค่าต่ำกว่าอันตรภาคชั้นที่ต้องการ
5. f คือ ความถี่ของอันตรภาคชั้นที่ต้องการ
6. I คือ ความกว้างของอันตรภาคชั้นนั้น
7. d_n คือ ผลต่างระหว่างความถี่ของอันตรภาคที่มีความถี่สูงสุดกับความถี่ของอันตรภาคชั้นที่มีค่าต่ำกว่าที่อยู่ติดกัน
8. r คือ ตำแหน่ง ควอไทล์ เดไซล์ หรือเปอร์เซนต์ไทล์ ที่ต้องการ

ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$S = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{N}} \quad \text{หรือ} \quad S = \sqrt{\frac{\sum (x_i)^2}{N} - (\bar{x})^2}$$

ค่าความแปรปรวน (S^2)

$$S^2 = \frac{1}{N}\sum (x - \bar{x})^2$$ (กรณีข้อมูลไม่ได้แจกแจงความถี่)

$$= \frac{1}{N}\sum x^2 - \bar{x}^2$$ (สูตรลัด)

หรือ $$S^2 = \frac{1}{N}\sum f(x - \bar{x})^2$$ (กรณีข้อมูลไม่ได้แจกแจงความถี่)

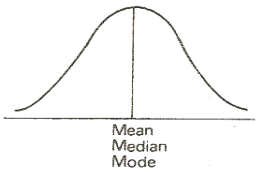
$$= \frac{1}{N}\sum fx^2 - \bar{x}^2$$ (สูตรลัด)

ค่ามาตรฐาน

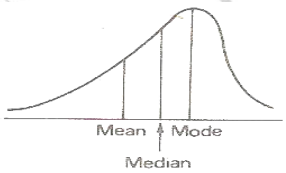
$z = \frac{x - \bar{x}}{S}$ ($S = \sqrt{S^2}$ คือ ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน)

ความสัมพันธ์ของ $\bar{x}$, Med., Mod.

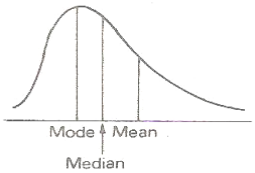
1. ข้อมูลเป็นโค้งปกติ



2. ข้อมูลเบ้ซ้าย

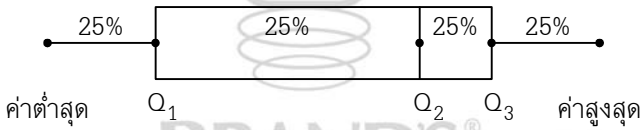


3. ข้อมูลเบ้ขวา



แผนภาพกล่อง (Box-and-Whisker Plot หรือ Box-Plot)

แผนภาพกล่องทำให้เราทราบถึงลักษณะการกระจายของข้อมูล



จากแผนภาพพบว่า ข้อมูลที่อยู่ระหว่าง Q_1 กับ Q_2 มีการกระจายมากที่สุด รองลงมาคือข้อมูลที่อยู่ระหว่าง Q_3 ถึงค่าสูงสุด ข้อมูลระหว่างค่าต่ำสุดกับ Q_1 และข้อมูลระหว่าง Q_2 กับ Q_3 ตามลำดับ

แผนภาพต้น-ใบ

เป็นการจัดข้อมูลเป็นกลุ่มเพื่อแจกแจงความถี่และวิเคราะห์ข้อมูลเบื้องต้นไปพร้อมกัน

เรียกว่าแผนภาพต้น-ใบ (Stem-and-Leaf Plot หรือ Stem Plot)

ส่วนประกอบของแผนภาพต้น-ใบ

1. ต้น เป็นข้อมูลตั้งแต่หลักสิบขึ้นไป
2. ใบ เป็นข้อมูลในหลักหน่วย

ตัวอย่างข้อสอบ

1. ถ้าข้อมูลชุดหนึ่งประกอบด้วย 10, 12, 15, 13 และ 10 แล้วข้อความใด**เป็นเท็จ** สำหรับข้อมูลชุดนี้

1) มัธยฐาน เท่ากับ 12
2) ฐานนิยม น้อยกว่า 12
3) ฐานนิยม น้อยกว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิต
4) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต มากกว่า 12

2. เมื่อพิจารณาผลการสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียน 39 คน พบว่า เปอร์เซนต์ไทล์ที่ 25 ของคะแนนสอบเท่ากับ 35 คะแนน และมีนักเรียน 30 คน ได้คะแนนน้อยกว่าหรือเท่ากับ 80 คะแนน ถ้ามีนักเรียนที่สอบได้ 35 คะแนนเพียงคนเดียวแล้ว จำนวนนักเรียนที่สอบได้คะแนนในช่วง 35-80 คะแนน เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 18 คน
2) 19 คน
3) 20 คน
4) 21 คน

3. จากตารางแสดงน้ำหนักของนักเรียนจำนวน 50 คน เป็นดังนี้

น้ำหนัก (กิโลกรัม)	จำนวน (คน)
30-39	4
40-49	5
50-59	13
60-69	17
70-79	6
80-89	5

ข้อสรุปในข้อใดต่อไปนี้**ไม่ถูกต้อง**

1) นักเรียนกลุ่มนี้ส่วนใหญ่มีน้ำหนัก 60-69 กิโลกรัม
2) นักเรียนที่มีน้ำหนักต่ำกว่า 50 กิโลกรัม มี 9 คน
3) นักเรียนที่มีน้ำหนักในช่วง 50-59 กิโลกรัม มี 26%
4) นักเรียนที่มีน้ำหนักมากกว่า 80 กิโลกรัม มี 10%

4. ครอบครัวหนึ่งมีบุตร 4 คน บุตร 2 คน มีน้ำหนักเท่ากันและมีน้ำหนักน้อยกว่าบุตรอีก 2 คน ถ้าน้ำหนักของบุตรทั้ง 4 คน มีค่าฐานนิยม มัธยฐาน และพิสัยเท่ากับ 45, 47.5 และ 7 กิโลกรัม ตามลำดับ แล้วค่าเฉลี่ยเลขคณิตของน้ำหนักของบุตรทั้ง 4 คน มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 46 กิโลกรัม
2) 47 กิโลกรัม
3) 48 กิโลกรัม
4) 49 กิโลกรัม

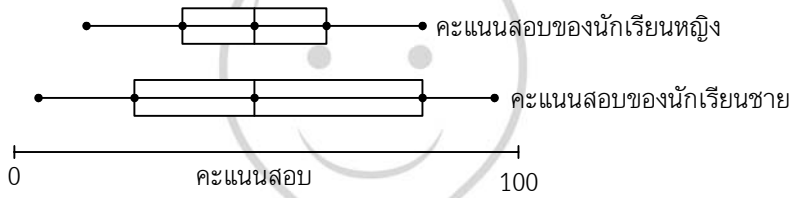
5. ถ้าน้ำหนัก (คิดเป็นกิโลกรัม) ของนักเรียน 2 กลุ่ม กลุ่มละ 6 คน เขียนเป็นแผนภาพต้น-ใบ ได้ดังนี้

นักเรียนกลุ่มที่ 1				**นักเรียนกลุ่มที่ 2**		
8	6	4	3	4	9	
8	6	6	4	2	2	4
			5	0		

ข้อสรุปในข้อใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

1) น้ำหนักเฉลี่ยของนักเรียนกลุ่มที่ 2 มากกว่าน้ำหนักเฉลี่ยของนักเรียนกลุ่มที่ 1
2) ฐานนิยมของน้ำหนักของนักเรียนกลุ่มที่ 2 มากกว่าฐานนิยมของน้ำหนักของนักเรียนกลุ่มที่ 1
3) มัธยฐานของน้ำหนักของนักเรียนกลุ่มที่ 2 มากกว่ามัธยฐานของน้ำหนักของนักเรียนกลุ่มที่ 1
4) มัธยฐานของน้ำหนักของนักเรียนทั้งหมด มากกว่ามัธยฐานของน้ำหนักของนักเรียนกลุ่มที่ 1

6. แผนภาพกล่องต่อไปนี้แสดงคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหญิง และนักเรียนชาย



ข้อใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

1) คะแนนสอบเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชาย สูงกว่าคะแนนสอบเฉลี่ยวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหญิง
2) คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชายมีการกระจายเบ้ขวา
3) คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหญิง มีการกระจายมากกว่าคะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชาย
4) คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนหญิงมีการกระจายเบ้ขวา

7. ข้อมูลชุดหนึ่งประกอบด้วย 19 จำนวน ต่อไปนี้

6	8	9	12	12	15	15	16	18	19
20	20	21	22	23	24	25	30	30	

ควอไทล์ที่ 3 มีค่าต่างจากเปอร์เซนต์ไทล์ที่ 45 เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 4 2) 5 3) 6 4) 7

8. อายุเฉลี่ยของคนกลุ่มหนึ่งเท่ากับ 31 ปี ถ้าอายุเฉลี่ยของผู้หญิงในกลุ่มนี้เท่ากับ 35 ปี และอายุเฉลี่ยของผู้ชายในกลุ่มนี้เท่ากับ 25 ปี แล้ว อัตราส่วนระหว่างจำนวนผู้หญิงต่อจำนวนผู้ชายในกลุ่มเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 2 : 3 2) 2 : 5 3) 3 : 2 4) 3 : 5

9. ความสัมพันธ์ระหว่างกำไร (y) และราคาทุน (x) ของสินค้าในร้านแห่งหนึ่งเป็นไปตามสมการ $y = 2x - 30$ ถ้าราคาทุนของสินค้า 5 ชนิด คือ 31, 34, 35, 36 และ 39 บาท แล้วค่าเฉลี่ยเลขคณิตของกำไรในการขายสินค้าทั้ง 5 ชนิดนี้ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 25 บาท 2) 30 บาท 3) 35 บาท 4) 40 บาท

10. ตารางแจกแจงความถี่ แสดงจำนวนนักเรียนในช่วงอายุต่างๆ ของนักเรียนกลุ่มหนึ่งเป็นดังนี้

ช่วงอายุ (ปี)	ความถี่ (คน)
1–5	4
6–10	9
11–15	2
16–20	5

อายุเฉลี่ยของนักเรียนกลุ่มนี้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 9 ปี 2) 9.5 ปี 3) 10 ปี 4) 10.5 ปี

11. กำหนดให้ข้อมูลชุดหนึ่ง คือ 10, 3, x, 6, 6 ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของข้อมูลชุดนี้ มีค่าเท่ากับมัธยฐาน แล้ว x มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 3 2) 4 3) 5 4) 6

12. เมื่อสองปีก่อน นักเรียนห้องหนึ่งมี 30 คน แบ่งออกได้เป็นสองกลุ่ม กลุ่มที่หนึ่งมี 10 คน ทุกคนมีอายุ 10 ปี และกลุ่มที่ 2 มี 20 คน มีอายุเฉลี่ย 8.5 ปี ถ้าความแปรปรวนของอายุนักเรียนในกลุ่มที่สอง เท่ากับ 0 แล้ว ในปัจจุบัน ความแปรปรวนของอายุนักเรียนห้องนี้ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) $\frac{1}{2}$ 2) $\frac{2}{3}$ 3) $\frac{5}{2}$ 4) $\frac{8}{3}$

13. นักเรียนกลุ่มหนึ่งจำนวน 80 คน ซึ่งมี ลำเจียก ลำดวน และลำพู รวมอยู่ด้วย ปรากฏผลการสอบดังนี้

ลำดวนได้คะแนนตรงกับควอไทล์ที่สาม

ลำพูได้คะแนนตรงกับเปอร์เซนต์ไทล์ที่ 50

ลำเจียกได้คะแนนเป็นลำดับที่ 30 เมื่อเรียงคะแนนจากมากไปหาน้อย

ข้อใดต่อไปนี้เป็นการเรียงรายชื่อของผู้ที่ได้คะแนนน้อยไปหาผู้ที่ได้คะแนนมาก

1) ลำพู ลำเจียก ลำดวน 2) ลำพู ลำดวน ลำเจียก

3) ลำเจียก ลำพู ลำดวน 4) ลำเจียก ลำดวน ลำพู

14. กำหนดให้ตารางแจกแจงความถี่สะสมของคะแนนของนักเรียนห้องหนึ่ง เป็นดังนี้

ช่วงคะแนน	ความถี่สะสม
30–39	1
40–49	11
50–59	18
60–69	20

ข้อสรุปในข้อใดต่อไปนี้**ถูกต้อง**

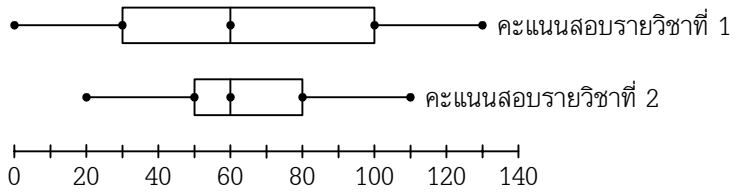
1) นักเรียนที่ได้คะแนน 40–49 คะแนน มีจำนวน 22%

2) นักเรียนส่วนใหญ่ได้คะแนน 60–69 คะแนน

3) นักเรียนที่ได้คะแนนมากกว่า 53 คะแนน มีจำนวนน้อยกว่า นักเรียนที่ได้คะแนน 40–49 คะแนน

4) นักเรียนที่ได้คะแนนน้อยกว่า 47 คะแนน มีจำนวนมากกว่า นักเรียนที่ได้คะแนนมากกว่า 50 คะแนน

15. จากการทดสอบนักเรียนจำนวน 100 คน ใน 2 รายวิชา แต่ละรายวิชามีคะแนนเต็ม 150 คะแนน ถ้าผลการทดสอบทั้งสองรายวิชาเขียนเป็นแผนภาพกล่องได้ดังนี้



ข้อสรุปในข้อใดต่อไปนี้**ถูก**

1) คะแนนสอบทั้งสองรายวิชามีการแจกแจงแบบปกติ
2) จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนไม่เกิน 80 คะแนน ในรายวิชาที่ 1 มากกว่าจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนไม่เกิน 80 คะแนน ในรายวิชาที่ 2
3) คะแนนสูงสุดที่อยู่ในกลุ่ม 25% ต่ำสุด ของผลการสอบรายวิชาที่ 1 น้อยกว่าคะแนนสูงสุดที่อยู่ในกลุ่ม 25% ต่ำสุด ของผลการสอบรายวิชาที่ 2
4) จำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนระหว่าง 60–80 คะแนน ในการสอบรายวิชาที่ 2 น้อยกว่าจำนวนนักเรียนที่ได้คะแนนในช่วงเดียวกัน ในการสอบรายวีชาที่ 1

16. คะแนนของผู้เข้าสอบ 15 คน เป็นดังนี้

45, 54, 59, 60, 62, 64, 65, 68, 70, 72, 73, 75, 76, 80, 81

ถ้าเกณฑ์ในการสอบผ่าน คือ ต้องได้คะแนนไม่ต่ำกว่าเปอร์เซนต์ไทล์ที่ 60 แล้ว ข้อใดต่อไปนี้เป็นคะแนนต่ำสุดของผู้ที่สอบผ่าน

1) 68 2) 70 3) 72 4) 73

17. ข้อมูลชุดหนึ่ง ถ้าเรียงจากน้อยไปหามากแล้ว ได้เป็นลำดับเลขคณิตต่อไปนี้

2, 5, 8, ..., 92

ควอไทล์ที่ 3 ของข้อมูลชุดนี้มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 68 2) 69 3) 71 4) 72

18. ในการแข่งขันกีฬามหาวิทยาลัยโลกครั้งที่ 24 ซึ่งประเทศไทยเป็นเจ้าภาพ มีการส่งรายชื่อนักกีฬาจากประเทศไทย 379 คน มีอายุเฉลี่ย 22 ปี ถ้ามีการถอนตัวนักกีฬาไทยออก 4 คน ซึ่งมีอายุ 24, 25, 25 และ 27 ปี และมีการเพิ่มนักกีฬาไทยอีก 5 คน ซึ่งมีอายุเฉลี่ย 17 ปี แล้วอายุเฉลี่ยของนักกีฬาจากประเทศไทยจะเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1) 21.6 ปี 2) 21.7 ปี 3) 21.8 ปี 4) 21.9 ปี

19. กำหนดแผนภาพต้น-ใบ ของข้อมูลชุดหนึ่ง ดังนี้

0	3	7	5	
1	6	4	3	
2	0	2	1	2
3	0	1		

สำหรับข้อมูลชุดนี้ ข้อใดต่อไปนี้**เป็นจริง**

1) มัธยฐาน < ฐานนิยม < ค่าเฉลี่ยเลขคณิต
2) มัธยฐาน < ค่าเฉลี่ยเลขคณิต < ฐานนิยม
3) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต < ฐานนิยม < มัธยฐาน
4) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต < มัธยฐาน < ฐานนิยม

20. ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของน้ำหนักของพนักงานของบริษัทหนึ่ง เท่ากับ 48.01 กิโลกรัม บริษัทนี้มีพนักงานชาย 43 คน พนักงานหญิง 57 คน ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของน้ำหนักพนักงานหญิงเท่ากับ 45 กิโลกรัม แล้วน้ำหนักของพนักงานชายทั้งหมดรวมกันเท่ากับข้อใด

1) 2236 กิโลกรัม
2) 2279 กิโลกรัม
3) 2322 กิโลกรัม
4) 2365 กิโลกรัม

21. ถ้าสุ่มตัวเลขหนึ่งตัวจากข้อมูลชุดใดๆ ซึ่งประกอบด้วยตัวเลข 101 ตัวแล้ว ข้อใดต่อไปนี้**ถูก**

1) ความน่าจะเป็นที่ตัวเลขที่สุ่มได้มีค่าน้อยกว่าค่ามัธยฐาน $< \frac{1}{2}$
2) ความน่าจะเป็นที่ตัวเลขที่สุ่มได้มีค่าน้อยกว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิต $< \frac{1}{2}$
3) ความน่าจะเป็นที่ตัวเลขที่สุ่มได้มีค่ามากกว่าค่ามัธยฐาน $> \frac{1}{2}$
4) ความน่าจะเป็นที่ตัวเลขที่สุ่มได้มีค่ามากกว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิต $> \frac{1}{2}$

22. ครูสอนวิทยาศาสตร์มอบหมายให้นักเรียน 40 คน ทำโครงงานตามความสนใจ หลังจากตรวจรายงานโครงงานของทุกคนแล้ว ผลสรุปเป็นดังนี้

ผลการประเมิน	จำนวนโครงงาน
ดีเยี่ยม	3
ดี	20
พอใช้	12
ต้องแก้ไข	5

ข้อมูลที่เก็บรวบรวม เพื่อให้ได้ผลสรุปข้างต้นเป็นข้อมูลชนิดใด

1) ข้อมูลปฐมภูมิ เชิงปริมาณ
2) ข้อมูลทุติยภูมิ เชิงปริมาณ
3) ข้อมูลปฐมภูมิ เชิงคุณภาพ
4) ข้อมูลทุติยภูมิ เชิงคุณภาพ

23. สำหรับข้อมูลเชิงปริมาณใดๆ ที่มีค่าสถิติต่อไปนี้ ค่าสถิติใดจะตรงกับค่าของข้อมูลค่าหนึ่งเสมอ

1) พิสัย
2) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต
3) มัธยฐาน
4) ฐานนิยม

24. ข้อมูลต่อไปนี้แสดงน้ำหนักในหน่วยกิโลกรัม ของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง

41, 88, 46, 42, 43, 49, 44, 45, 43, 95, 47, 48

ค่ากลางในข้อใดเป็นค่าที่เหมาะสมที่จะเป็นตัวแทนของข้อมูลชุดนี้

1) มัธยฐาน
2) ฐานนิยม
3) ค่าเฉลี่ยเลขคณิต
4) ค่าเฉลี่ยของค่าสูงสุดและค่าต่ำสุด

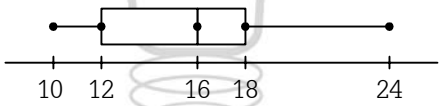
25. แผนภาพต้น-ใบ ของน้ำหนักในหน่วยกรัมของไข่ไก่ 10 ฟอง เป็นดังนี้

5	7	8		
6	7	8	9	
7	0	4	4	7
8	1			

ข้อสรุปใด**เป็นเท็จ**

1) ฐานนิยมของน้ำหนักของไข่ไก่มีเพียงค่าเดียว
2) ค่าเฉลี่ยเลขคณิตและมัธยฐานของน้ำหนักของไข่ไก่มีค่าเท่ากัน
3) มีไข่ไก่ 5 ฟองที่มีน้ำหนักน้อยกว่า 70 กรัม
4) ไข่ไก่ที่มีน้ำหนักสูงกว่าฐานนิยม มีจำนวนมากกว่า ไข่ไก่ที่มีน้ำหนักเท่ากับฐานนิยม

26. คะแนนสอบความรู้ทั่วไปของนักเรียน 200 คน นำเสนอโดยใช้แผนภาพกล่องดังนี้



ข้อใด**เป็นเท็จ**

1) จำนวนนักเรียนที่ทำได้ 12 ถึง 16 คะแนน มีเท่ากับ จำนวนนักเรียนที่ทำได้ 16 ถึง 18 คะแนน
2) จำนวนนักเรียนที่ทำได้ 16 ถึง 18 คะแนน มีเท่ากับ จำนวนนักเรียนที่ทำได้ 18 ถึง 24 คะแนน
3) จำนวนนักเรียนที่ทำได้ 10 ถึง 12 คะแนน มีเท่ากับ จำนวนนักเรียนที่ทำได้ 18 ถึง 24 คะแนน
4) จำนวนนักเรียนที่ทำได้ 10 ถึง 16 คะแนน มีเท่ากับ จำนวนนักเรียนที่ทำได้ 16 ถึง 24 คะแนน

27. จากการตรวจสอบลำดับที่ของคะแนนสอบของนาย ก และนาย ข ในวิชาคณิตศาสตร์ ที่มีผู้เข้าสอบ 400 คน ปรากฏว่านาย ก สอบได้คะแนนอยู่ในตำแหน่งควอไทล์ที่ 3 และนาย ข สอบได้คะแนนอยู่ในตำแหน่งเปอร์เซนต์ไทล์ที่ 60 จำนวนนักเรียนที่สอบได้คะแนนระหว่างคะแนนนาย ก และคะแนนนาย ข มีประมาณกี่คน

1) 15 คน
2) 30 คน
3) 45 คน
4) 60 คน

28. ข้อมูลชุดหนึ่ง มีบางส่วนถูกนำเสนอในตารางต่อไปนี้

อันตรภาคชั้น	ความถี่	ความถี่สะสม	ความถี่สัมพัทธ์
2–6			
7–11		11	0.2
12–16		14	
17–21	6		0.3

ช่วงคะแนนใดเป็นช่วงคะแนนที่มีความถี่สูงสุด

1) 2–6 2) 7–11 3) 12–16 4) 17–21

29. ในการใช้สถิติเพื่อการตัดสินใจและวางแผน สำหรับเรื่องที่จำเป็นต้องมีการใช้ข้อมูลและสารสนเทศ ถ้าขาดข้อมูลและสารสนเทศดังกล่าว ผู้ตัดสินใจควรทำขั้นตอนใดก่อน

1) เก็บรวบรวมข้อมูล 2) เลือกวิธีวิเคราะห์ข้อมูล
3) เลือกวิธีเก็บรวบรวมข้อมูล 4) กำหนดข้อมูลที่จำเป็นต้องใช้

30. จำนวนผู้ว่างงานทั่วประเทศในเดือนกันยายน ปี พ.ศ. 2551 มีจำนวนทั้งสิ้น 4.29 แสนคน ตารางเปรียบเทียบอัตราการว่างงานในเดือนกันยายน ปี พ.ศ. 2550 กับปี พ.ศ. 2551 เป็นดังนี้

พื้นที่สำรวจ	อัตราการว่างงานในเดือนกันยายน (จำนวนผู้ว่างงานต่อจำนวนผู้อยู่ในกำลังแรงงานคูณ 100)	
	ปี พ.ศ. 2550	ปี พ.ศ. 2551
ภาคใต้	1.0	1.0
ภาคตะวันออกเฉียงเหนือ	0.9	1.3
ภาคเหนือ	1.5	1.2
ภาคกลาง (**ยกเว้น**กรุงเทพมหานคร)	1.3	0.9
กรุงเทพมหานคร	1.2	1.2
ทั่วประเทศ	1.2	1.1

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. จำนวนผู้ว่างงานในภาคใต้ในเดือนกันยายนของปี พ.ศ. 2550 และของปี พ.ศ. 2551 เท่ากัน

ข. จำนวนผู้อยู่ในกำลังแรงงานทั่วประเทศในเดือนกันยายนปี พ.ศ. 2551 มีประมาณ 39 ล้านคน

ข้อใด**ถูกต้อง**

1) ก. และ ข. 2) ก. เท่านั้น 3) ข. เท่านั้น 4) ก. และ ข. ผิด

31. ข้อมูลชุดหนึ่งมี 10 จำนวน ประกอบด้วยจำนวนต่อไปนี้

4, 8, 8, 9, 14, 15, 18, 18, 22, 25

ควอไทล์ที่สามของข้อมูลชุดนี้มีค่าเท่ากับเท่าใด

32. ในการสำรวจน้ำหนักตัวของนักเรียนในชั้นเรียนที่มีนักเรียน 30 คน เป็นดังนี้

น้ำหนัก (กิโลกรัม)	ความถี่สะสม (คน)
30–49	10
50–69	26
70–89	30

ค่าเฉลี่ยของน้ำหนักตัวของนักเรียนในชั้นเรียนนี้เท่ากับกี่กิโลกรัม

33. คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนห้องหนึ่งแสดงด้วยแผนภาพต้น–ใบได้ดังนี้

3	0 4 9
4	0 7 7 8 8 8
5	0 0 1 2 2 3 4 6 6 7 7 8 8 9
6	0 2 3 3 6 8 9
7	0 1

เปอร์เซนต์ไทล์ที่ 50 ของคะแนนสอบนี้เท่ากับคะแนนเท่าใด

เฉลย

เซต

1. 3)	**2.** 3)	**3.** 3)	**4.** 4)	**5.** 4)
6. 4)	**7.** 3)	**8.** 1)	**9.** 1)	**10.** 32
11. 30	**12.** 50	**13.** 101		

การให้เหตุผล

1. 2)	**2.** 4)	**3.** 4)	**4.** 3)	**5.** 3)
6. 3)	**7.** 3)			

ระบบจำนวนจริง

1. 4)	**2.** 1)	**3.** 3)	**4.** 2)	**5.** 3)
6. 1)	**7.** 2)	**8.** 2)	**9.** 2)	**10.** 1)
11. 4)	**12.** 1)	**13.** 1)	**14.** 1)	**15.** 3)
16. 4)	**17.** 1)	**18.** 3)	**19.** 4)	**20.** 1)
21. 3)	**22.** 2)	**23.** 4)	**24.** 2)	**25.** 3)
26. 4)	**27.** 3)	**28.** 4)	**29.** 3)	**30.** 2)
31. 2)	**32.** 1)	**33.** 3)	**34.** 4)	**35.** 94
36. 2	**37.** 2	**38.** 27	**39.** 8	

เลขยกกำลัง

1. 2)	**2.** 3)	**3.** 2)	**4.** 2)	**5.** 3)
6. 3)	**7.** 3)	**8.** 3)	**9.** 1)	**10.** 2)
11. 4)	**12.** 2)	**13.** 0.75		

ความสัมพันธ์และฟังก์ชัน

1. 2)	**2.** 4)	**3.** 4)	**4.** 1)	**5.** 3)
6. 4)	**7.** 2)	**8.** 2)	**9.** 4)	**10.** 2)
11. 2)	**12.** 2)	**13.** 3)	**14.** 1)	**15.** 2)
16. 4)	**17.** 1)	**18.** 1)	**19.** 4)	**20.** 1)
21. 4)	**22.** 2)	**23.** 3)	**24.** 4)	**25.** 1)
26. 3)	**27.** 6	**28.** 2		

อัตราส่วนตรีโกณมิติ

1. 1)	**2.** 2)	**3.** 4)	**4.** 1)	**5.** 2)
6. 4)	**7.** 2)	**8.** 4)	**9.** 3)	**10.** 1)
11. 1)	**12.** 3)	**13.** 3)	**14.** 2)	**15.** 2)
16. 3)	**17.** 4)	**18.** 4)	**19.** 39	**20.** 0.8
21. 60	**22.** 2)	**23.** 625		

ลำดับและอนุกรม

1. 1)	**2.** 1)	**3.** 1)	**4.** 4)	**5.** 3)
6. 1)	**7.** 2)	**8.** 1)	**9.** 3)	**10.** 1)
11. 3)	**12.** 4)	**13.** 2)	**14.** 4)	**15.** 1)
16. 4)	**17.** 4)	**18.** 3)	**19.** 2)	**20.** 3)
21. 1)	**22.** 2)	**23.** 390	**24.** 39	**25.** 171

ความน่าจะเป็น

1. 3)	**2.** 1)	**3.** 1)	**4.** 4)	**5.** 1)
6. 2)	**7.** 3)	**8.** 3)	**9.** 2)	**10.** 2)
11. 2)	**12.** 3)	**13.** 1)	**14.** 2)	**15.** 1)
16. 2)	**17.** 2)	**18.** 2)	**19.** 4)	**20.** 1)
21. 1)	**22.** 280	**23.** 240	**24.** 120	**25.** 0.8
26. 120	**27.** 2160	**28.** 0.47	**29.** 0.08	

สถิติ

1. 4)	**2.** 4)	**3.** 4)	**4.** 3)	**5.** 1)
6. 1)	**7.** 2)	**8.** 3)	**9.** 4)	**10.** 3)
11. 3)	**12.** 1)	**13.** 1)	**14.** 3)	**15.** 3)
16. 3)	**17.** 3)	**18.** 4)	**19.** 4)	**20.** 1)
21. 1)	**22.** 3)	**23.** 4)	**24.** 1)	**25.** 4)
26. 2)	**27.** 4)	**28.** 1)	**29.** 4)	**30.** 2)
31. 19	**32.** 55.5	**33.** 55		

✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧✧